Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
(IMST-Fonds)

S2 „Grundbildung und Standards“

STUDIERENDE UND KINDER LERNEN VONEINANDER MATHEMATIK

ID 698

Mag. Maria Fast

Dr. Karin Gstatter

Brigitte Wiser

Pädagogische Akademie der Stiftung Pädagogische Akademie und Religionspädagogische Akademie der Erzdiözese Wien

Übungsvolksschule der Pädagogischen Akademie der Erzdiözese Wien

Mayerweckstraße 1
1210 Wien

Wien, Juli 2007

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Das Projekt bezieht sich einerseits auf den Mathematikunterricht einer vierten Schulstufe und andrerseits auf die Lehrerinnen- und Lehrerbildung im Bereich der Volksschuldidaktik Mathematik. Studierende begleiten im Rahmen von Studienveranstaltungen Kinder einer vierten Schulstufe beim Bearbeiten von arithmetischen Aufgaben.

Im Volksschulbereich bearbeiten leistungsstarke Kinder offene Sachaufgaben, in denen noch Daten zu ermitteln sind und es keine eindeutigen Lösungen gibt. Die Studierenden konzipieren die Aufgaben und begleiten die Kinder.

Weiters erfassen und analysieren die Studierenden die Lösungsstrategien aller Kinder bei additiven Rechenoperationen. Sie erwerben dadurch Elemente förderdiagnostischer Kompetenz. Die Ergebnisse zeigen, dass unterschiedliche anwendungsorientierte hochschuldidaktische Zugänge gleichwertig im analytischen Wissen und in den Einstellungen zum Mathematikunterricht sind.

Schulstufe: 4. Schulstufe

Fächer: Mathematik

Kontaktperson: Dr. Karin Gstatter

Kontaktadresse: Übungsvolksschule der Pädagogischen Akademie der Erzdiözese Wien

Mayerweckstraße 1
1210 Wien

Schulstufe: Diplomstudium für das Lehramt an Volksschulen

Fächer: Volksschuldidaktik Mathematik

Kontaktperson: Mag. Maria Fast

Kontaktadresse: Pädagogische Akademie der Stiftung Pädagogische Akademie und Religionspädagogische Akademie der Erzdiözese Wien

Mayerweckstraße 1
1210 Wien

1 EINLEITUNG

Mathematik gilt als fest gefügtes System von klar voneinander abgegrenzten Begriffen, Regeln und Verfahren. Viele Lehrpersonen lassen sich dadurch zur Annahme verleiten, dass dieses System den Kindern „beigebracht“ werden muss. Das Lernen von Mathematik präsentiert sich dann als ein Rezipieren und Reproduzieren von vorgegebenen Wissenselementen und Handlungsanweisungen. Der Lehrstoff wird meist in Portionen klein- und gleichschrittig vermittelt in der Hoffnung, dass alle Kinder in einer Schulklasse Mathematik verstehen und rechnen können.

Aktuelle Studien bezweifeln das. Mathematikunterricht muss sich sehr wohl an der Struktur der Mathematik orientieren, aber das lernende Kind nicht aus den Augen verlieren. Es gilt die unterschiedlichen Fähigkeiten des Individuums aufzugreifen und weiter zu entwickeln.

Das Eingehen auf das Kind, *„individuelle Förderung“* (Regierungserklärung 2007, S. 89), ist nicht nur ein Aspekt von Einzelnen, sondern wird in der gesamten Bildungslandschaft gefordert. Es ist ein grundlegender pädagogischer Auftrag der Schule. Unser Projekt nähert sich diesem Qualitätselement von Schule von zwei Seiten, von Seite der Lernenden und von Seite der (zukünftig) Lehrenden. Studierende der Volksschullehrerinnen- und -lehrerausbildung begleiten Kinder einer vierten Schulstufe im Mathematikunterricht.

1.1 Individuelle Förderung in der Volksschule

Auf Seite der Lernenden ist es notwendig, allen Schülerinnen und Schülern eine nach ihren individuellen Bedürfnissen entsprechende, zielgerichtete und somit optimale Förderung zukommen zu lassen. Das bedeutet einerseits Schwache zu fördern, andererseits Starke zu fordern. Förderung ist daher nicht nur eine Notwendigkeit, um Lernversagen zu vermeiden, sondern dient auch dazu, Leistungspotenziale von begabten Schülerinnen und Schülern weiter auszubauen. In der Klasse, die an diesem Projekt von der zweiten bis zur vierten Schulstufe teilnahm, fielen bereits in der ersten Schulstufe ein paar Kinder durch außergewöhnliche Leistungen auf und es stellte sich die Frage nach optimaler Förderung.

Wir begleiteten dieses Schuljahr bereits das dritte Jahr dieselben Kinder im Rahmen des Mathematikunterrichts und beobachteten besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler, die wir innerhalb des Unterrichts förderten. Während in den Vorgängerprojekten die Kinder vorwiegend klar abgegrenzte und dadurch leicht überschaubare Aufgabenstellungen bearbeiteten, thematisierten wir auf der vierten Schulstufe vor allem offene Sachaufgaben, in denen teilweise Daten noch zu ermitteln waren und es keine eindeutige Lösung gab. Die Schülerinnen und Schüler sollten durch diese Aufgabenstellungen in Ansätzen Problemlösevermögen, nämlich kognitive „nonroutine analytic“ Fähigkeiten erwerben. Bereits bekanntes Wissen musste auf neue Problemsituationen übertragen werden.

Wir gehen der Frage nach, welche Strategien und Sozialformen leistungsstarke Kinder entwickeln, wenn sie allein oder in einer gleichaltrigen Gruppe offene Sachaufgaben lösen.

In den Abschnitten 3.4, 3.5 und 3.6 beantworten wir die oben genannte Fragestellung.

1.2 Kompetenzerwerb in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung

Da die Qualität der Leistung von Schülerinnen und Schülern teilweise auch von der Qualität der Lehrerinnen und Lehrer abhängt, stellt sich in einer Institution der Lehrerinnen- und Lehrerbildung die Frage, wie Studierende ausgebildet werden sollen, damit sie in ihrem zukünftigen Berufsfeld Kinder optimal fördern.

Bezüglich individuellem Fördern wird von Lehrpersonen verlangt, gegenüber unterschiedlich Lernenden in unterschiedlichen Situationen und bei variablen Zielen jeweils fachlich und didaktisch-methodisch angemessen zu handeln. Daher erleben Lehrpersonen im Unterricht eine Fülle von spezifischen komplexen Situationen, in denen sie gefordert sind, geeignete Lernwege zu gestalten und zu begleiten. Die Bewältigung dieser komplexen Anforderungen setzt ein effektives Zusammenspiel verschiedener Kompetenzbereiche voraus. Dafür steht in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung aber bei weitem kein *„wissenschaftlich erprobtes Regelsystem“* (Terhart 2000, S. 55) zur Verfügung, das sich die Studierenden nur aneignen müssten.

Es spricht vieles dafür, dass sich solche umfassenden Kompetenzen im Zusammenhang mit Lernen im Berufsfeld entwickeln können. Praxiserfahrungen stellen in den Pädagogischen Akademien bzw. in den Pädagogischen Hochschulen schon immer ein Kernstück von Lehrerinnen- und Lehrerbildung dar. Unser Ansatz reduziert die Praxis, wir arbeiten fallbasiert.

Die Studierenden erwerben förderdiagnostische Kompetenz, indem sie entweder ein einzelnes Kind betreuen oder Lösungsprotokolle von Kindern analysieren. Die zukünftige Lehrperson soll verstehen, wie Schülerinnen und Schüler lernen und sich entwickeln. Wir nehmen an, dass durch das Beobachten und Befragen von Kindern bzw. durch das Analysieren von Lösungsprotokollen sich bei Studierenden förderdiagnostische Kompetenz entwickeln kann.

Wir gehen der Frage nach, ob sich aus der Beobachtung und Interviewsituation mit einem einzelnen Kind oder durch das Analysieren von Lösungsprotokollen eine unterschiedliche Diagnose-Kompetenz ergibt.

Daraus folgt die für uns wichtige nachfolgende organisatorische Frage: Ist es notwendig, eine Lernstandserfassung mit einem einzelnen Kind durchzuführen oder genügt es, dass die Studierenden mit Lösungsprotokollen arbeiten?

Wir orientieren uns am Konzept der „situierten Lernumgebungen“ (Hartinger; Mörtl-Haficovic & Fölling-Albers 2004, S. 22), in denen „träges Wissen“ (Gerstenmaier & Mandl 2000, S. 11) vermindert werden soll (Abschnitt 4.3 und 4.4) und diskutieren die Ergebnisse (Abschnitt 4.5).

Das Projekt ist eine Fortsetzung der Projekte *„Förderung mathematisch leistungsstarker Kinder im Klassenverband“* aus dem Schul- und Studienjahr 2004/2005 und *„Studierende lernen von und mit mathematisch leistungsstarken Kindern“* aus dem Schul- und Studienjahr 2005/2006. Nachdem diesmal die Konzeption im Rahmen von IMST das letzte Mal bearbeitet wird, erläutern wir neben den weiter oben genannten Themenbereichen auch die Erfahrungen und Ergebnisse über die drei Jahre hinweg.

2 STRUKTUR UND ABLAUF DES PROJEKTS

Wie bereits in der Ausgangssituation beschrieben, vernetzt das Projekt Studienveranstaltungen an der Pädagogischen Akademie mit dem Mathematikunterricht in der Übungsvolksschule. Es nahmen zwei Klassen der Übungsvolksschule am Projekt teil:

Klasse	Schulstufe	Fach	Anzahl der Schülerinnen und Schüler	Anmerkung
4a	4. Schulstufe	Mathematik	22	Experimentalgruppe; Klassenlehrerin Dr. Karin Gstatter
4b	4. Schulstufe	Mathematik	24	Vergleichsgruppe; Klassenlehrerin Prof. Brigitte Wiser

Folgende Studienveranstaltungen an der Pädagogischen Akademie wurden in das Projekt miteinbezogen:

Gruppe	Fach	Anzahl der Studierenden	Anmerkung
Studierende der Volksschullehrerausbildung	V-5-DMAÜ Didaktik Mathematik 1 SWS	45	4 Übungsgruppen im Wintersemester 2006/07, betreut durch Mag. Maria Fast
Studierende der Volksschullehrerausbildung	V-2-DMAS Didaktik Mathematik 2 SWS	45	2 Seminargruppen im Sommersemester 2007, betreut durch Mag. Maria Fast (Arbeit mit einem einzelnen Kind)
Studierende der Volksschullehrerausbildung	V-2-DMAS Didaktik Mathematik 2 SWS	45	2 Seminargruppen im Sommersemester 2007, betreut durch Mag. Maria Fast (Arbeit mit Lösungsprotokoll)
Studierende der Volksschullehrerausbildung aus dem 4. und 6. Semester	EIWS Interdisziplinäres Wahlpflichtfach 2 SWS	10	Studierendengruppe im Sommersemester 2007, betreut durch Mag. Maria Fast Dr. Karin Gstatter

Insgesamt begleiteten ca. 100 Studierende im Rahmen von Studienveranstaltungen ca. 50 Kinder einer vierten Schulstufe beim Bearbeiten von mathematischen Aufgaben. 45 Studierenden arbeiteten mit Lösungsprotokollen.

Anfang Oktober: Studierende erfassen den Lernstand in beiden Volksschulklassen

Anfang Oktober 06 erfassten die Studierenden des 5. Semesters - Studiengang Volksschullehramt sowohl in der Experimental- als auch in der Vergleichsklasse den Lernstand im Bereich der additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 1000 und auch den im Unterricht noch nicht behandelten Zahlenraum 100 000. Neben dem Feststellen des individuellen Leistungsstandes jedes Kindes diente dies „nebenbei" auch zum Aufbau der diagnostischen Kompetenz der Studierenden.

Dezember bis Jänner: Studierende arbeiten mit den leistungsstarken Kindern

In der Studienveranstaltung des Wintersemesters V-5-DMAÜ *„Didaktisch-methodische Handlungsfelder"* wählten einige Studierende im Bereich *„Herstellen* *von Lernmaterialien und deren Einführung in einer Klasse“* Aufgabenstellungen für leistungsstarke Kinder. Sie arbeiteten Aufgabenstellungen unter Mitwirkung der VL-Mathematik-Didaktikerin und der Klassenlehrerin aus und brachten sie in die Klasse. Die sieben leistungsstarken Kinder bearbeiteten die Aufgabenstellungen in einem extra Heft, dem „Zahlenforscherheft“.

März bis Mai: Studierende arbeiten mit den leistungsstarken Kindern

In der Studienveranstaltung EIWS Interdisziplinäres Wahlpflichtfach *„Schau, was ich schon kann!“* arbeiteten die Studierenden ebenfalls Aufgabenstellungen für leistungsstarke Kinder aus, führten sie in der Klasse ein und begleiteten die Kinder. Zusätzlich interviewten die Studierenden die Kinder, um die Strategien genauer analysieren zu können.

Ende Mai: Studierende erfassen den Lernstand mittels Interview oder Lösungsprotokoll

Im Sommersemester wurden zwei verschiedene Arten des Erwerbs von diagnostischer Kompetenz angeboten. Zwei Seminargruppen des zweiten Semesters erfassten wie im Oktober 2006 sowohl in der Experimental- als auch in der Vergleichsklasse den Lernstand der Kinder im Bereich der additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 100 000. Gleich wie im Wintersemester wertete jede bzw. jeder Studierende ihre bzw. seine Interviews aus und fasste im Rahmen eines Studienauftrages die Ergebnisse zusammen. Die Berichte wurden gesammelt und von anderen Studierenden in einer Tabellenkalkulation erfasst.

Zwei Seminargruppen des zweiten Semesters setzten sich mit Lösungsprotokollen zu additiven Rechenoperationen auseinander und analysierten so das Denken der Kinder.

Ende Juni: Erfassen des Leistungsstandes der Studierenden

Am Ende der Intervention wurden im Rahmen des schriftlichen Kolloquiums allen Studierenden des zweiten Semesters Lösungsprotokolle vorgelegt, bei denen die Studierenden ihr Wissen über additive Rechenoperationen zeigen konnten. Nach der Prüfung beantworteten die Studierenden schriftlich Glaubenssätze bezüglich *Einstellungen zum Mathematikunterricht* und Fragen zur Projektdurchführung. Diese Daten sind die Grundlage für die Evaluation des Projekts.

3 VOLKSSCHULKINDER LERNEN MATHEMATIK

Damit Kinder in Mathematik nicht nur rechnen, sondern Mathematik auch verstehen, bedarf es einer aktiven Auseinandersetzung. Schülerinnen und Schüler sollen ausreichend Gelegenheit erhalten, selbsttätig zu lernen und sich aktiv mit Problemen auseinander setzen. Damit verbunden ist auch eine Änderung der Aufgabenkultur, die weniger einfaches Kalkül als vielmehr die mathematische Durchdringung und Modellierung von Problemen betont. In den zwei folgenden Abschnitten werden Problemlösen als allgemeine mathematische Tätigkeit und die Fermi-Aufgaben als Beispiel einer veränderten Aufgabenkultur vorgestellt.

3.1 Problemlösen, ein Aspekt der Grundbildung

Problemlösen ist nach Reusser (2005, S. 163) eine Lebensform und dient der Lebensbewältigung. Kaum eine anspruchsvolle Tätigkeit und kaum ein Lernen, das nicht in irgendeiner Form Züge des Problemlösens aufweist. Erst mit der Fähigkeit zum Problemlösen kann ein Weltverständnis (Imst² Grundbildung, S. 2) aufgebaut werden.

Als Problem gelten in diesem Zusammenhang nicht nur die kleinen und größeren Herausforderungen des Alltags, die plötzlich auftreten. Für Schülerinnen und Schüler gehören dazu auch die meist vorformulierten, von Lehrenden für Lernende aufbereiteten „didaktischen“ Problemstellungen und Aufgaben. Solche Probleme sollten in ihrer Konzeption die kognitiven Strukturen nicht nur „antasten“, sondern das geistige Leben „dynamisieren“ und dem Lernen Motivation und Richtung geben. Ein möglicher Zugang im Mathematikunterricht der Volksschule sind Fermi-Aufgaben.

3.2 Fermi-Aufgaben als Zugang zum authentischen Problemlösen

Im Mittelpunkt standen in diesem Schuljahr Sachaufgaben in Form von authentischen und offenen Problemen, die offen bezüglich Daten und Vorgehen sind. In der Literatur werden solche Aufgaben als Fermi-Aufgaben bezeichnet. Sie sind benannt nach dem Physiker Enrico Fermi. Fermi war dafür bekannt, trotz mangelnder Informationen spontan gute Abschätzungen liefern zu können, lange bevor die Messungen ausgewertet waren. Da er der Meinung war, dass jeder denkende Mensch zu jeder Frage eine Antwort finden müsste, stellte er seinen Studenten oft Fragen, die auf den ersten Blick eigenartig und nicht beantwortbar schienen, wie z. B. „Wie viel Klavierstimmer gibt es in Chicago?“ Dies stiftete zunächst Verwirrung.

Bei näherer Betrachtung dieser Frage erkennt man, dass es keine richtige und keine falsche Lösung, sondern ein nachvollziehbares oder ein nicht nachvollziehbares Ergebnis gibt. Es existiert auch kein Standardverfahren, nach dem die Aufgaben gelöst werden sollten. Die fehlenden Angaben werden in Abhängigkeit von der jeweiligen Sachsituation geschätzt oder überschlagen, so dass die Ergebnisse durch die Entwicklung und Beantwortung von zusätzlichen Fragen ermittelt werden können.

Fermi-Aufgaben sind also komplexe Probleme, die keine oder für die rechnerische Lösung nur unzureichende numerischen Informationen enthalten. Die Kinder sind gezwungen, die benötigten Daten selbst zu erheben, zu erfragen oder zu schätzen. Eine exakte Antwort ist nur schwer erhältlich oder meist auch prinzipiell nicht möglich. Ziel ist vielmehr, über vernünftige, begründbare Annahmen eine ungefähre Größenordnung zu erlangen.

Die Bearbeitung erfordert von den Kindern eigene Entscheidungskompetenzen bezüglich mathematischer Modellierung. Der gesamte Lösungsprozess bei einer Fermi-Aufgabe ist stets durch die Verbindung zwischen einer offenen Sachsituation und der Mathematik gekennzeichnet. Nimmt man Probleme aus dem Leben der Kinder, so spornen diese auch an, sich über die Situation auszutauschen, zusätzliche Informationen zu suchen und ihrem eigenen Lösungsweg nachzugehen. Wir machten auch die Erfahrung, dass die Kinder sehr interessiert sind, weil neben dem mathematischen Ansatz auch neues Wissen präsentiert und die eigenen Erfahrungen einbezogen werden.
(Kaufmann 2006; Wälti, 2005; Peter-Koop; 2003)

Beim Bearbeiten von Fermi-Aufgaben lernen Kinder,

- Fragen zu stellen,
- Alltagswissen zu benutzen,
- mit großen Zahlen zu arbeiten,
- Größen umrechnen,
- Überschlagsrechnungen durchzuführen,
- Unklarheiten zu verkraften, also auch bei vagen Angaben weiterarbeiten,
- Ergebnisse zu überprüfen und zu bewerten.

(Büchter, Herget, Leuders & Müller, 2007)

Fermi-Aufgaben eignen sich auch, um mathematische Begabung zu erkennen. Mathematisches Talent zeigt sich insbesondere in Problemlöseprozessen, wenn das Kind dabei besondere Leistungen zeigt. Fähigkeiten, wie Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte oder besonders Fähigkeiten des flexiblen Denkens, wie Strukturieren, Wechseln der Repräsentationsebenen, Reversibilität und Transfer mathematischer Zusammenhänge (Käpnick 1998) lassen auf spezielle Fähigkeiten schließen.

3.3 Einsatz von Fermi-Aufgaben im offenen Unterricht mit Hilfe von Karteikarten

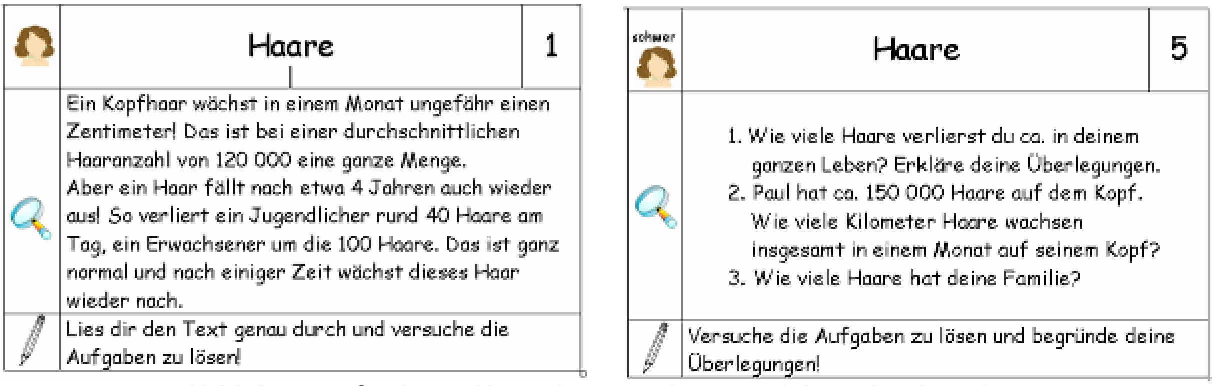
Fermi-Aufgaben sind offene Aufgabenformate und lassen daher auch unterschiedliche Niveaus an Bearbeitungen zu. Die leistungsstarken Schülerinnen und Schüler brachten sich ihren Fähigkeiten gemäß ein. Die Kinder bestimmten selbst, welche Aufgaben sie aus dem Angebot bearbeiteten und mit wem sie lernten.

Die Fermi-Aufgaben, konzipiert auf Karteikarten, standen jederzeit griffbereit im Klassenraum. Im Rahmen von offenen Lernphasen oder Phasen der Differenzierung arbeiteten die leistungsstarken Kinder in ihren Zahlenforscherheften. Die Studierenden baten die Kinder, auch den Weg zur Lösung zu schreiben, um ihn später nachvollziehen zu können. Nachdem die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben teilweise oder zur Gänze bearbeitet hatten, holten im Wintersemester die Studierenden die Hefte und analysierten, was die Kinder im Zahlenforscherheft notiert hatten. Es war nicht immer leicht nachvollziehbar. Im Sommersemester gingen wir wieder auf die schon in den Vorjahren bewährte Interviewsituation zurück, um aussagekräftigere Ergebnisse zu erhalten. Im Rahmen eines „Kindersprechtages“ erklärten die Kinder ihr Vorgehen.

Folgende offene Sachaufgaben wurden angeboten:

- Haare (Sachtext)
- Erstaunliche Tierrekorde (Sachtext, Sachstrukturiertes Üben)
- Treppenrennen am Donauturm (Fermi-Aufgabe)
- Äpfel sind gesund (Fermi-Aufgabe)
- Schulstunden (Fermi-Aufgabe)
- Luft zum Leben – Atmung (Fermi-Aufgabe)
- 1 Million (Fermi-Aufgabe)
- Schokolade (Fermi-Aufgabe)

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen eine Auswahl der Aufgaben.



Haare 1

Ein Kopfhaar wächst in einem Monat ungefähr einen Zentimeter! Das ist bei einer durchschnittlichen Haaranzahl von 120 000 eine ganze Menge.
Aber ein Haar fällt nach etwa 4 Jahren auch wieder aus! So verliert ein Jugendlicher rund 40 Haare am Tag, ein Erwachsener um die 100 Haare. Das ist ganz normal und nach einiger Zeit wächst dieses Haar wieder nach.

Lies dir den Text genau durch und versuche die Aufgaben zu lösen!

schwer **Haare** 5

1. Wie viele Haare verlierst du ca. in deinem ganzen Leben? Erkläre deine Überlegungen.
2. Paul hat ca. 150 000 Haare auf dem Kopf. Wie viele Kilometer Haare wachsen insgesamt in einem Monat auf seinem Kopf?
3. Wie viele Haare hat deine Familie?

Versuche die Aufgaben zu lösen und begründe deine Überlegungen!

Abbildung 1: Sachtext *Haare* (Informations- und Aufgabenkarte)

Treppenrennen am Donauturm 1

Der Wiener Donauturm ist nicht nur ein beliebtes Ausflugsziel - nein, es gibt auch einen eigenen Donauturmlauf, bei dem man um die Wette die Stufen des 252 m hohen Turmes hinauf läuft.
Den Schnellsten winken tolle Siegespreise.

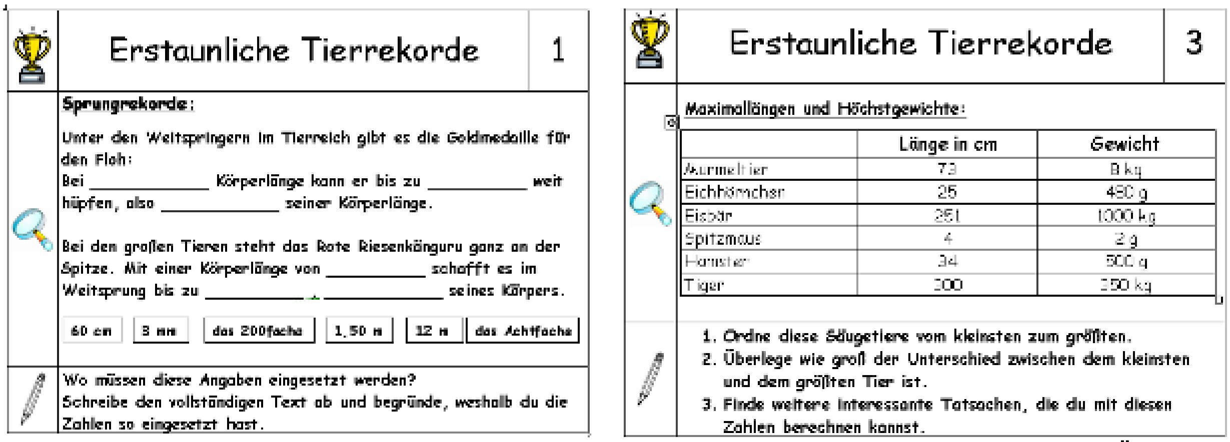
Mehr darüber erfährst du auf der nächsten Seite...

Treppenrennen am Donauturm 2

Bei diesem Rennen muss man
779 Stufen
60 Podeste
und 150 Höhenmeter
überwinden.

Stell dir vor, du nimmst auch am Rennen teil.
Wie schnell wärst du am Ziel?
Bitte schreib nicht nur die Rechnungen auf, sondern beschreibe auch genau, warum du so gearbeitet hast!

Abbildung 2: Fermi-Aufgabe *Treppenrennen am Donauturm* (Informations- und Aufgabenkarte)



Erstaunliche Tierrekorde 1

Sprungrekorde:

Unter den Weitspringern im Tierreich gibt es die Goldmedaille für den Floh:
Bei ____________ Körperlänge kann er bis zu ____________ weit hüpfen, also ____________ seiner Körperlänge.

Bei den großen Tieren steht das Rote Riesenkänguru ganz an der Spitze. Mit einer Körperlänge von ____________ schafft es im Weitsprung bis zu ____________ ____________ seines Körpers.

60 cm | 3 mm | das 200fache | 1,50 m | 12 m | das Achtfache

Wo müssen diese Angaben eingesetzt werden?
Schreibe den vollständigen Text ab und begründe, weshalb du die Zahlen so eingesetzt hast.

Erstaunliche Tierrekorde 3

Maximallängen und Höchstgewichte:

	Länge in cm	Gewicht
Murmeltier	73	8 kg
Eichhörnchen	25	480 g
Eisbär	251	1000 kg
Spitzmaus	4	2 g
Hamster	34	500 g
Tiger	300	350 kg

1. Ordne diese Säugetiere vom kleinsten zum größten.
2. Überlege wie groß der Unterschied zwischen dem kleinsten und dem größten Tier ist.
3. Finde weitere interessante Tatsachen, die du mit diesen Zahlen berechnen kannst.

Abbildung 3: Sachaufgabe *Erstaunliche Tierrekorde* (Sachtext und sachstrukturiertes Üben)

Die Kinder kannten bereits die Offenheit in den Lösungswegen und in der Komplexität der Aufgabe aus den Aufgabenstellungen der Vorjahre. Neu war für sie, dass fehlende Daten, die für das weitere Rechnen notwendig waren, entweder recherchiert oder geschätzt werden mussten. Sie sahen dies kaum als Hürde an und überlegten bzw. suchten. Sie gingen offen und pragmatisch an die Aufgaben. Dies kann teilweise darauf zurückzuführen sein, dass keinerlei Leistungsdruck bei der Arbeit in den Zahlenforscherheften auftrat. Das erwies sich als große Stütze im Selbstvertrauen von manchen Kindern.

Die Kinder rechneten spontan und auch viel, hinterfragten jedoch kaum das Vorgehen und noch weniger das gefundene Ergebnis. Sie machten sich wenig Gedanken, ob die Lösung überhaupt stimmen kann, ob sie plausibel ist. Wie Blum (2007)[1] auch feststellt, wirkt selbstständiges Arbeiten mit minimaler Unterstützung der Lehrperson nachhaltiger als direkte Instruktion. Werden die Kinder allerdings allein gelassen, verlieren sie leicht mathematisch Essentielles aus den Augen. In diesem Spannungsfeld bewegte sich auch unser Konzept.

3.4 Lernen im sozialen Kontext

Nachdem einsichtiges und damit auch nachhaltiges Lernen ideal im sozialen Austausch erfolgt, werden nachfolgend die entstandenen Gruppierungen skizziert.

Zwei Buben bearbeiteten die Aufgaben in Partnerarbeit. Auf die Frage, warum sie ständig kooperieren, meinten sie, dass sie beide einfach gut zusammenarbeiten können. Sie setzten sich z. B. mit der Schokoladenaufgabe intensiv auseinander (siehe Abschnitt 3.5) und dokumentierten mathematisch genau. Die Lösungswege wurden diskutiert und argumentiert. Die Denkvorgänge, die uns auch interessiert hätten, konnten sie nur ansatzweise mitteilen.

Ein Bub entwickelte sich über die drei Jahre von einem eher zurückgezogenen, fast schüchternen Kind zu einem selbstbewussten Problemlöser, der sich richtig in eine Sache vertiefen konnte. Er löste die Aufgaben vorwiegend in Einzelarbeit. Er hatte für sich herausgefunden, dass er so besser arbeiten könne, weil er nicht so viel rede. Er fand den Informationstext sehr interessant, weil er da auch über eine Sache mehr erfährt. Er kam zu plausiblen Ergebnissen und dokumentierte seine Denkschritte. Zu seinem (und auch unserem) Vorteil ist er sprachlich gewandt, verbalisiert gerne seine Gedanken und sieht das Schreiben implizit als einen kreativen Prozess des Sich-Mitteilens.

Ein Bub lässt sich nicht einer gewissen Gruppe zuordnen. Er arbeitete immer wieder mit verschiedenen Buben zusammen, aber auch alleine.

Eine andere Gruppe setzte sich aus den beiden Mädchen und einem Buben zusammen. Der Bub erzählte, dass er zuerst allein gearbeitet hätte und dann von den Mädchen gefragt wurde, ob er mit ihnen zusammen arbeiten wolle. Er meinte von sich, dass er bei großen Rechnungen den Überblick behält. Die Mädchen dagegen wirkten beim Bearbeiten der Aufgaben eher unsicher. Nach der Frage, warum sie mit dem Buben zusammenarbeiteten, meinten sie, dass er immer sofort einen Weg weiß. Die latente Orientierung an einem Berater relativierten sie allerdings mit dem Hinweis, dass sie aber genau überlegen würden, ob das, was er meint, auch passe.

[1] Vortrag von Werner Blum „Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer?“ auf der gemeinsamen Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Berlin am 27. März 2007

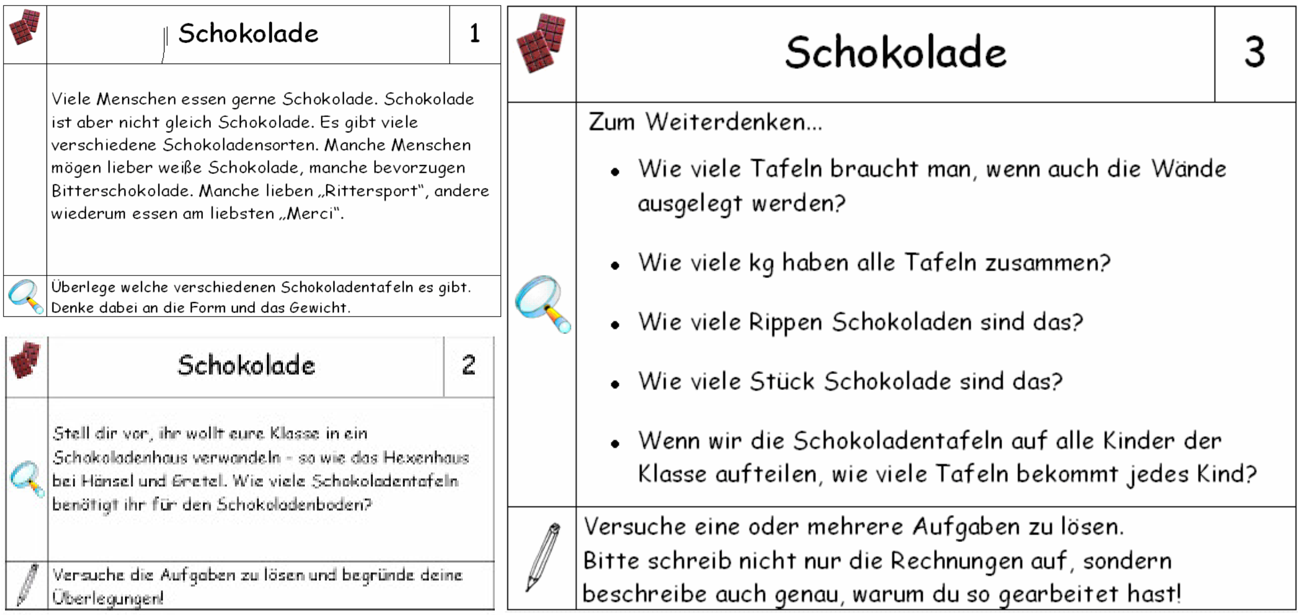
Immer waren die Mädchen mit dem Vorgehen des Bubens nicht einverstanden. Beim Schulstunden-Beispiel begannen die drei gemeinsam mit der Aufgabe, dann dürfte es aber zu Meinungsverschiedenheiten hinsichtlich des Lösungsweges gekommen sein. Die beiden Mädchen bearbeiteten das Beispiel daraufhin in Partnerarbeit. Sie fanden ein plausibles Ergebnis, während seine Bearbeitung unfertig blieb. Er vergaß einen Rechenschritt und kam nicht weiter. Offen bleibt, ob die Mädchen, wenn sie öfter nur in Partnerarbeit gerechnet hätten, nicht zu besseren Ergebnissen gekommen wären.

Irritierend ist zusätzlich, dass der Bub beim Känguru Wettbewerb der Mathematik nie gut abschnitt (in der dritten Schulstufe Rang 41 von 44, heuer Rang 24 von 42), während die anderen Zahlenforscherkinder immer vordere Rangplätze einnahmen.

Offensichtlich unterschätzten die beiden Mädchen ihre eigenen Leistungen in Mathematik, während der Bub eher zu einer Überschätzung neigte. Ergebnisse verschiedener Studien weisen nach, dass Mädchen trotz guter Leistungen im Fach Mathematik kein angemessenes Selbstvertrauen entwickeln. Dies kann sich nach Hannover (1992) wiederum negativ auf die Motivation auswirken, sich eingehender mit dem Fach auseinanderzusetzen, in der Schule aber auch später im Beruf. Wir müssen zur Kenntnis nehmen, dass trotz der doch dreijährigen intensiveren Auseinandersetzung das Selbstkonzept bezüglich Mathematik der zwei am Zahlenforscherprojekt teilnehmenden Mädchen nicht gehoben werden konnte.

3.5 Strategien von leistungsstarken Kindern

Zurückkommend auf die Frage, wie leistungsstarke Kinder offene Sachaufgaben lösen, werden exemplarisch zwei Lösungsvarianten des Beispiels „Schokolade" vorgestellt. Eine Größe, der Flächeninhalt der Klasse, sollte durch Schokoladetafeln veranschaulicht werden. Die Informationskarte stimmte auf die Sache ein. Die Aufgabenkarte 3 enthielt Fragen, um sich im Thema weiter zu vertiefen.


Schokolade 1

Viele Menschen essen gerne Schokolade. Schokolade ist aber nicht gleich Schokolade. Es gibt viele verschiedene Schokoladensorten. Manche Menschen mögen lieber weiße Schokolade, manche bevorzugen Bitterschokolade. Manche lieben „Rittersport", andere wiederum essen am liebsten „Merci".

Überlege welche verschiedenen Schokoladentafeln es gibt. Denke dabei an die Form und das Gewicht.

Schokolade 2

Stell dir vor, ihr wollt eure Klasse in ein Schokoladenhaus verwandeln – so wie das Hexenhaus bei Hänsel und Gretel. Wie viele Schokoladentafeln benötigt ihr für den Schokoladenboden?

Versuche die Aufgaben zu lösen und begründe deine Überlegungen!

Schokolade 3

Zum Weiterdenken...

- Wie viele Tafeln braucht man, wenn auch die Wände ausgelegt werden?
- Wie viele kg haben alle Tafeln zusammen?
- Wie viele Rippen Schokoladen sind das?
- Wie viele Stück Schokolade sind das?
- Wenn wir die Schokoladentafeln auf alle Kinder der Klasse aufteilen, wie viele Tafeln bekommt jedes Kind?

Versuche eine oder mehrere Aufgaben zu lösen.
Bitte schreib nicht nur die Rechnungen auf, sondern beschreibe auch genau, warum du so gearbeitet hast!

Abbildung 4: Fermi-Aufgabe *Schokolade* (Informationskarte und zwei Aufgabenkarten)

Die Kinder kannten den Größenbereich Flächeninhalt und hatten auch schon den Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat berechnet. Neu waren für sie Aufgaben in dieser Komplexität und ein Kernstück der Fermi-Aufgaben, die fehlenden Daten.

Lösung von zwei Buben, die miteinander die Aufgabe lösten:

Die Kinder maßen bzw. schätzten die Länge der Seiten von der Klasse und berechneten dann überschlagsmäßig den Flächeninhalt. Wie sie das berechneten, haben sie nicht notiert. Sie haben auf die Frage nach der Berechnung nur geantwortet, dass sie die Klasse ausgemessen hätten. Da die Klasse abgeschrägte Ecken hat (siehe Abb. 6), konnte keine klassische Berechnungsmethode eingesetzt werden. Wir nehmen an, dass sie den Flächeninhalt im Kopf berechneten. Die abgeschrägten Ecken in der Klasse schätzten sie jeweils mit 1 m². 69 m² sind ein plausibles Ergebnis.

Die beiden Buben zeigten von Anfang an keine Scheu davor, großzügig zu runden. Es war ihnen nicht wichtig, mit exakten Zahlen zu rechnen und so schätzten sie die Maße und das Gewicht der Schokoladetafel. Eine Tafel Schokolade ist „geschätzte" 15 cm mal 8 cm (Abbildung 5).

Bei der Umwandlung der Schokoladentafel in cm² unterlief ihnen ein Fehler. Sie wandelten 120 cm² in 1 dm² 2 cm². Dadurch konnten sie auf 1 dm² abrunden, was ihnen das Rechnen stark vereinfachte.

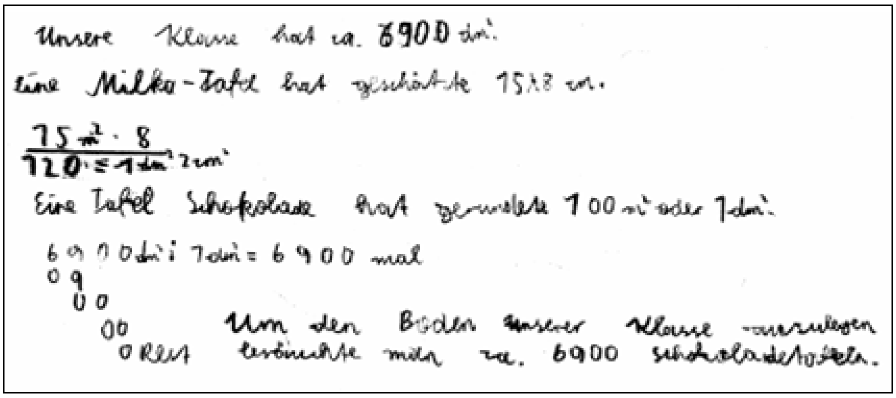

Unsere Klasse hat ca. 6900 dm²
Eine Milka-Tafel hat geschätzte 15x8 cm.
15 cm · 8
120 = 1 dm² 2 cm²
Eine Tafel Schokolade hat gerundete 100 cm² oder 1 dm²
6900 dm² : 1 dm² = 6900 mal
09
00
00 Um den Boden unserer Klasse auszulegen
0 Rest brauchte man ca. 6900 Schokoladetafeln.

Abbildung 5: Fermi-Aufgabe *Schokolade* – Schokoladenboden

Im Großen und Ganzen gingen die Kinder recht überlegt, mit durchaus einem Sinn für Zahlen vor. Trotzdem konnten sie die Division durch 1 nicht als neutrales Element erkennen (Abb. 5 und Abb. 7). Eine Schwäche des Mathematikunterrichts der Volksschule?

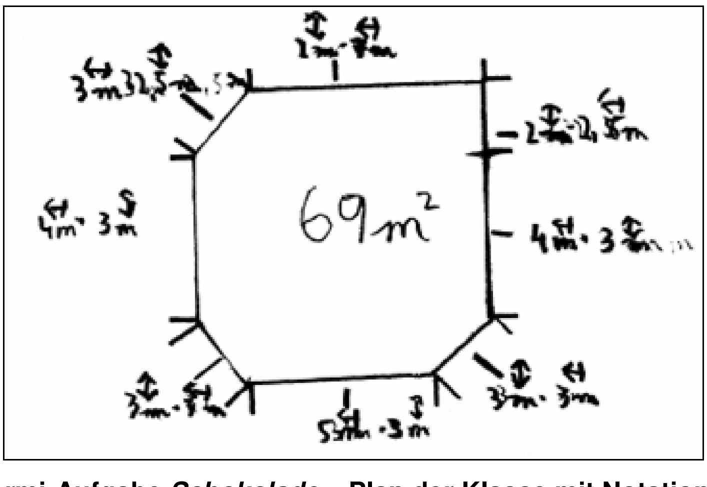


Abbildung 6: Fermi-Aufgabe *Schokolade* – Plan der Klasse mit Notation der Wandhöhe

Eine große Herausforderung für die Kinder war, auch die Wände mit Schokolade „auszulegen“. Dazu mussten ebenfalls die Daten bestimmt werden. Die zwei Kinder entwickelten eine Skizze (Abbildung 6). In der Mitte ist der Flächeninhalt der Grundfläche, nämlich 69 m², festgehalten. Die Notation der Seitenwände erfolgt eindeutig. Der waagrechte Pfeil bedeutet die Linie an der Grundfläche, der senkrechte Pfeil bedeutet die Höhe.

Daraus ergaben sich die Rechnungen, wie sie in der Abbildung 7 festgehalten sind.

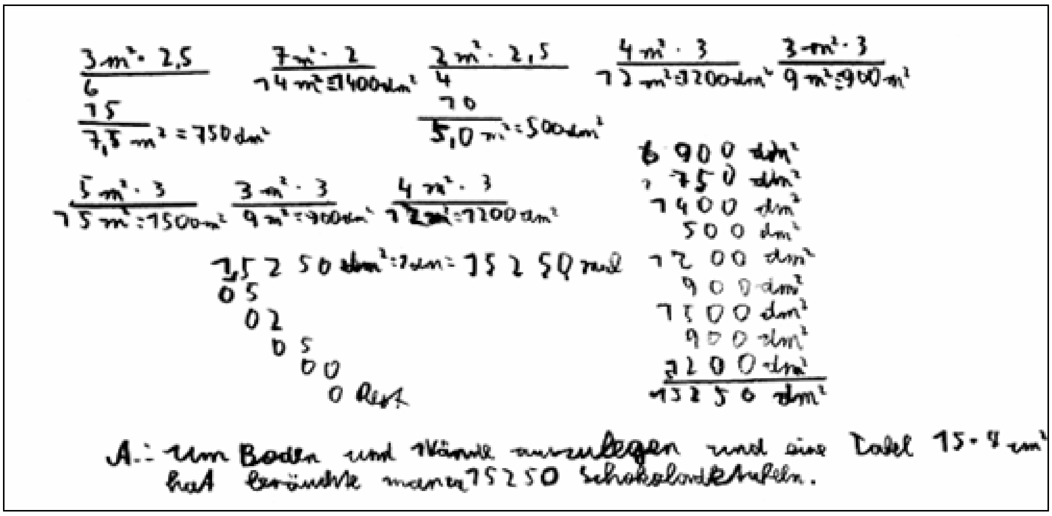


Abbildung 7: Fermi-Aufgabe *Schokolade* – Auslegen der Wände

Die beiden Knaben lösten dieses Beispiel, indem sie systematisch Schritt für Schritt die Daten ermittelten und dann mit ihnen rechneten. Sie besitzen gute Konzepte von Flächeninhalt und können mittels Analogiedenken komplexe Aufgaben lösen.

Wichtig für diese Aufgabe war, Daten großzügig abzuschätzen und mit großen Zahlen eher im Überschlag zu rechnen. Das konnten nicht alle Kinder. Diejenigen, die bei diesem Beispiel sich im Detail verloren, erreichten kein plausibles Ergebnis.

Das passierte einem Buben, der allein arbeitete.

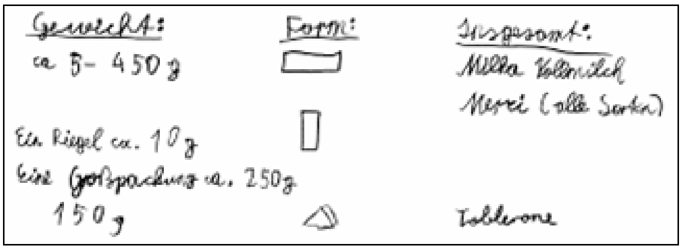


Abbildung 8: Fermi-Aufgabe *Schokolade* – Notation der Schokoladeformen

Zuerst vertiefte er sich in diverse Sorten von Schokolade. Auf die Frage nach der **Größe der Schokolade** antwortete er, dass er eine große Tafel Schokolade zu Hause abgemessen habe und dann „einfach ausgerechnet“ (Abbildung 9) und in m² umgewandelt. Die Arbeit mit Kommazahlen ist laut Lehrplan nur bei Euro und Cent vorgesehen. Der Bub hatte keine Mühe, den Umgang mit dem Stellenwert auf die Flächenmaße zu übertragen.

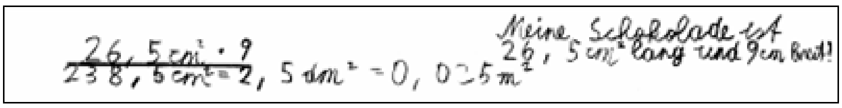


Abbildung 9: Fermi-Aufgabe *Schokolade* – Berechnen der Größe der Schokoladentafel

Zur **Größe des Bodens** der Klasse meinte er, wie die anderen beiden Buben, die Seitenlängen mit dem Meterlineal gemessen und dann ganz „einfach“ den Boden der Klasse ausgerechnet hat. „70“ wurde nirgends kommentiert, es ist allerdings ein plausibles Ergebnis.

Anschließend treten Probleme beim Modellbilden auf. Der Bub erkennt nicht die dahinterstehende **Grundvorstellung des Messens** (Dividieren), sondern multipliziert und dividiert dann wieder. Er rechnet die Multiplikation 2-mal, weil er bei der ersten Multiplikation nicht dieselbe Maßeinheit verwendete (Abbildung 10).

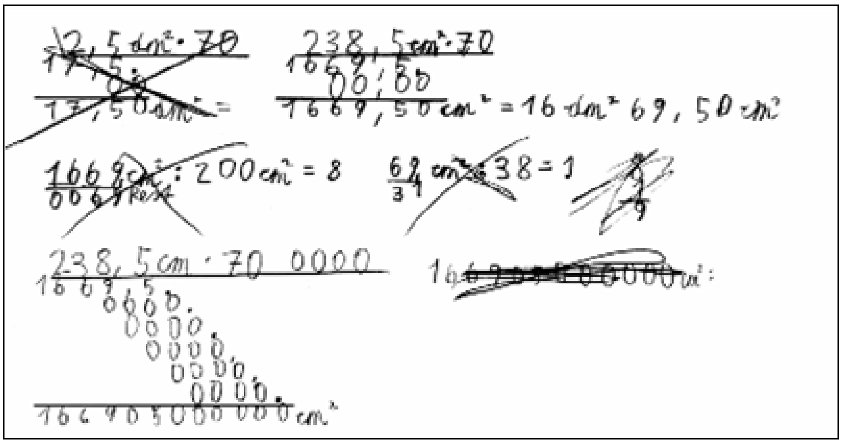


Abbildung 10: Fermi-Aufgabe *Schokolade* – Fehlvorstellungen beim Berechnen des Schokoladenbodens

Anschließend dividiert er die erhaltene Zahl wieder durch dieselbe Zahl, nämlich 238. Nachdem er noch nicht durch einen dreistelligen Divisor (durch 238) dividieren kann, dividiert er durch 200, dann durch 38. Er unterschied nicht zwischen den Rechenoperationen 1. und 2. Ordnung. Er rechnete a : (b + c) = a : b : c, statt das Distributivgesetz a : (b + c) = (a : b) + (a : c) anzuwenden. Bei einem Zehnjährigen ein „Fehler mit Lernchance“. (Abbildung 11)

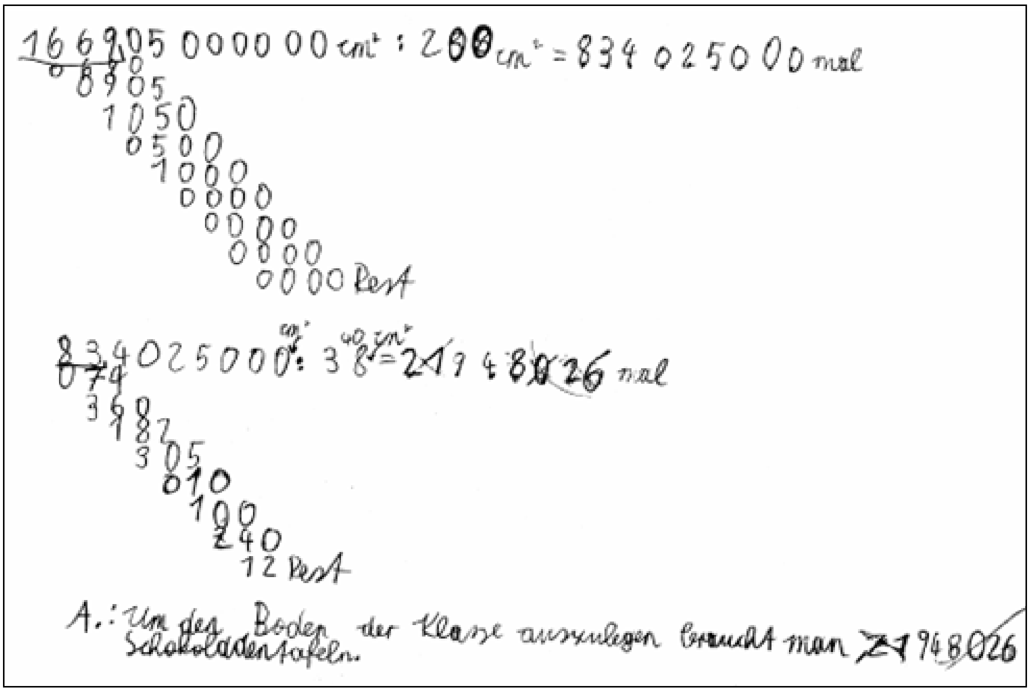


Abbildung 11: Fermi-Aufgabe Schokolade – Fehlvorstellung bei der Grundvorstellung Messen

Im Interview erkannte er das Misskonzept, *„… aso, das hab' ich falsch gemacht, das hätte ich dividieren müssen."* und korrigierte diesen Fehler, indem er vom Ergebnis die letzten vier Stellen mit *„… es sind eigentlich nur 194, weil ich eben am Anfang nicht dividiert habe, sondern mal gerechnet habe."* halbherzig wegstrich. Die Ziffer 2 wurde überhaupt nicht berücksichtigt.

Einerseits scheinen Ansätze zum Modellieren vorhanden zu sein, sich zuerst die Rechenoperation zu überlegen und danach die Zahlen einzusetzen. Kenntnisse der bereits gelernten Berechnung des Flächeninhalts fließen ein und werden durchgeführt. „70" erscheint auch als durchaus plausibles Ergebnis.

Andererseits sagt das Kind ganz eindeutig, dass es die Zahlen nimmt und *„einfach ausprobiert",* um zu einer Lösung zu kommen.

Die Größenordnung der Ergebnisse ist sehr unrealistisch, was dem Kind jedoch auch auf sanftes Nachfragen nicht seltsam vorkommt. Auf die Feststellung der Studierenden *„Ganz schön viel"*, antwortet er mit *„ja"*.

Der Bub konnte die Aufgabenstellung schlecht bewältigen, weil ihm das Modell des Messens (Dividierens) nicht zur Verfügung stand und daher eher blind mit Zahlen hantierte.

Insgesamt konnten wir feststellen, dass die Kinder die Grundvorstellungen mathematischer Inhalte recht gut übertragen konnten. Sie hatten auch recht gute Ansätze zum Mathematisieren. Das mathematische Modell gelang eher, wenn in der Gruppe gearbeitet wurde. Weniger gut gelang das großzügige Runden und Schätzen, das schafften nicht alle.

Die Ergebnisse zu überprüfen und zu bewerten gelang nicht. Ob das Ergebnis überhaupt möglich sein konnte, wurde kaum ins Kalkül gezogen. Für uns bleibt offen, ob die Kinder noch zu jung sind oder dies „nur" eine Schwäche des Mathematikunterrichts ist.

3.6 Einfluss von Fermi-Aufgaben

Schulleben erlebt eine Lehrperson als ein sehr komplexes Geschehen. So stellt sich die Frage, inwieweit es sich lohnt, extra Aufgaben für leistungsstarke Kinder bereitzustellen. Was können die Kinder der Zahlenforschergruppe besser/anders als die leistungsstarken Kinder der Vergleichsgruppe? In den folgenden Ausführungen werden die Herangehensweisen zum Fermi-Problem „Stauaufgabe" analysiert.

Ende Mai erhielten die sieben Kinder der Zahlenforschergruppe und zehn leistungsstarke Kinder der Vergleichsgruppe das Fermi-Problem „Stauaufgabe".

> Auf der Rußbergstraße ist eine Baustelle. Deshalb kommt es zu einem Stau von 1 km Länge. Wie viele Fahrzeuge stehen in diesem Stau?
>
> Notiere, wie du die Aufgabe löst. Lass dabei keinen Schritt aus! Du darfst rechnen, schreiben und zeichnen!

Je ein/e Studierende/r beobachtete ein Kind beim Lösen der Aufgabe.

Für die Vergleichsgruppe war es eher ungewohnt, selbst **Fragen** zu **stellen** und auch selbst **Daten**, wie z. B. die Länge der Fahrzeuge zu **schätzen**. Die Zahlenforscherkinder stellten Fragen, wie z. B. *„Sind es nur PKWs?"*; *„Wie ist das mit dem Abstand?"* oder *„Wie viel Platz braucht ein Auto?"* In der Vergleichsgruppe traten Fragen und Feststellungen auf, wie z. B *„Woher soll ich wissen, wie lange ein Auto ist?"*

oder „*Hmm ... Da müsste man wissen, wie lange ein Auto ist!*", aber auch Fragen nach Rechenprozeduren, wie *„Muss ich das umwandeln?"* auf. Zahlenforscherkinder waren es gewohnt, nicht nur mit „hergerichteten, frisierten" Beispielen umzugehen, während die Kinder der Vergleichsgruppe dies als etwas seltsam empfanden.

Das **Umrechnen von Größen** (1 km = 1000 m) war für alle Kinder eine Selbstverständlichkeit.

Das **Überprüfen und Bewerten von Ergebnissen** wurden in beiden Gruppen nicht erkenntlich umgesetzt.

Unklarheiten verkraften, also auch bei vagen Angaben weiterarbeiten, konnten vor allem die Buben besser als die Mädchen. Hier zeigte sich kein Unterschied zwischen den Zahlenforscherkindern und der Vergleichsgruppe, sondern zwischen Buben und Mädchen.
Ein Mädchen aus der Zahlenforschergruppe hatte viele Bedenken und stellte Fragen, wie *„Wie groß ist ein Auto?" „Wenn ich das wüsste, dann könnte ich damit rechnen"*. *„Wie kann ich 1 km aufzeichnen?"* und stellte für sich fest, dass man nicht eine Autolänge nehmen kann, weil alle unterschiedlich lang sind. Ihr fehlten der Mut und das Selbstvertrauen, mit gerundeten Zahlen zu rechnen. Damit stellt sich die Frage, wie dieses Mädchen im Zahlenforscherheft gearbeitet hat, in dem es ja schon öfter Aufgaben mit nicht vorhandenen Daten gab? Das Mädchen arbeitete immer in der Gruppe. Offensichtlich übernahm sie die Ideen der anderen Gruppenmitglieder und reflektierte die Modellierung wenig.

Auch in der Vergleichsgruppe war ein Mädchen, das zu wenig Mut zeigte, die offenen Daten mittels eigenen geschätzten Annahmen zu ergänzen. Äußerungen, wie *„Kommt darauf an, ob es größere oder kleinere Autos sind, wie viel Abstand gehalten wird …"* und „*Wenn ich die Längen addieren könnte, wüsste ich schon, wie viel Autos es sind.*" deuten auf zaghaftes Vorgehen hin.

Nachdem die Stichprobe (7 Zahlenforscher- bzw. 10 Vergleichskinder) sehr klein ist, können nur äußerst vorsichtig Tendenzen in Bezug auf plausible / nicht plausible Lösung interpretiert werden.

Geschlecht		Lösung: plausibel	Lösung: nicht plausibel	Gesamt
männlich	Zahlenforscherkinder	4	1	5
	Vergleichsgruppe	4	3	7
	Gesamt	8	4	12
weiblich	Zahlenforscherkinder	1	1	2
	Vergleichsgruppe	1	2	3
	Gesamt	2	3	5

Tabelle 1: Lösung Fermi-Aufgabe in Hinblick auf Geschlecht und Treatment

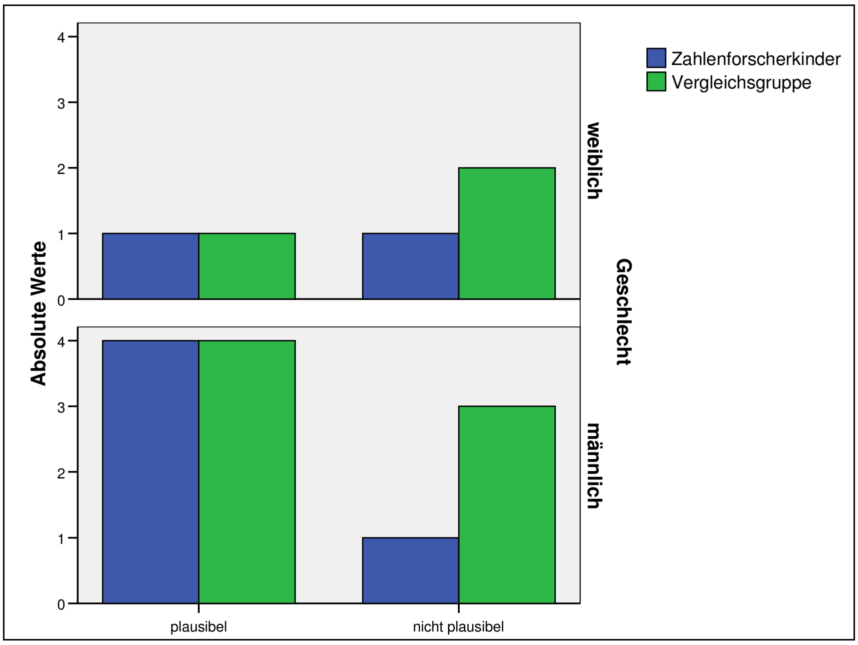


Abbildung 12: Lösung Fermi-Aufgabe in Bezug auf Geschlecht und Treatment

Gesamt zeigte sich sowohl in der Zahlenforschergruppe als auch in der Vergleichsgruppe, dass die Mädchen vorsichtig, fast zaghaft an offene Fragestellungen herangingen. Vergleicht man die richtigen Lösungen, so stellt sich heraus, dass das Geschlecht mehr Einfluss als die Zugehörigkeit zur Zahlenforschergruppe hat, um mit ungefähren Größen umgehen zu können (Tabelle 1 und Abbildung 12).

Insgesamt ist festzuhalten, dass bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben die unterschiedlichen Vorgehensweisen der Kinder die Plausibilität der Lösungen beeinflussten. Kinder, die prozessorientiert vorgingen, also viel probierten und weniger nachdachten, waren mit utopischen Lösungen zufrieden. Sie arbeiteten eher unreflektiert und der Lernerfolg bleibt offen. Kinder, vor allem Mädchen, die sehr genau und eher zu gewissenhaft vorgingen, hatten zu wenig Mut zum Abschätzen von Größen und Rechnungen. Sie kamen mit der „Ziffernflut" nicht zu Rande und verirrten sich in großen Rechnungen. Bedingt durch die Konzentration auf das Rechnen vergaßen sie schon vorher geplante Schritte im Ablauf. Plausible Lösungen erreichten die Kinder, welche Unklarheiten verkraften konnten, sinnvoll schätzten und mit diesen Zahlen rechneten.

4 STUDIERENDE ERWERBEN KOMPETENZEN, UM MATHEMATIK ZU UNTERRICHTEN

Wie in der Einleitung bereits festgehalten, muss der Unterricht stärker als bisher an den Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler anknüpfen. Dazu müssen Lehrpersonen den individuellen Lernstand der Schülerinnen und Schüler feststellen und darauf aufbauend Fördermaßnahmen konzipieren. Der folgende Abschnitt erörtert notwendige Kompetenzen von Lehrpersonen, damit sie individuelle Förderung im Unterricht durchführen können.

4.1 (Förder-)Diagnostische Kompetenz

Besitzt nach Frey (2004, S. 904) eine Person Kompetenz, so *„kann sie etwas, ist handlungsfähig und übernimmt für sich und andere Verantwortung. Sie kann so tätig werden, dass sie ein Ziel oder einen Zweck unter Beachtung von Handlungsprinzipien, Werten, Normen und Regeln mit Bezug auf konkrete, die jeweilige Handlungssituation bestimmende Bedingungen zu erreichen vermag.*“

In Bezug auf die in diesem Projekt angesprochene *„individuelle Förderung“* werden an der Kirchlich Pädagogischen Hochschule in Wien im Bereich *Diagnostizieren, Beurteilen und Beraten* die Kompetenzen

- *„Volksschullehrerinnen und -lehrer stellen im Hinblick auf Individualisierung und Differenzierung den Entwicklungsstand und die Lernvoraussetzungen von Schülerinnen und Schülern durch den Einsatz relevanter Erhebungstechniken fest.“* und
- *„Volksschullehrerinnen und -lehrer analysieren Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern.[2]“* angeführt.

Diagnostik, eher ein Erfassen des Lernstandes, so wie es in diesem Projekt verstanden wird, fokussiert das einzelne Kind und dessen Entwicklungspotential. Generelle Aussagen zum Lern- und Leistungsstand gegenüber Gleichaltrigen können nicht gemacht werden. Sie bleiben den normierten Testverfahren vorbehalten, wie sie z. B. im Zusammenhang mit (schul-)psychologischen Gutachten durchgeführt werden. Sie sind auch nicht unmittelbare Aufgabe einer Lehrperson.

Im Blickpunkt dieser Diagnostik stehen die alltäglichen fachdidaktischen Kompetenzen von Lehrpersonen, welche sie im Unterricht benötigen. Die Lehrperson sammelt Informationen, die ihr weiteres pädagogisches Handeln, abgestimmt auf das Kind, leiten soll. Diese diagnostischen Zugänge ordnen nicht vorrangig in eine Kategorie ein, sondern klären die vorhandenen Lern- und Entwicklungspotenziale des einzelnen Kindes, um anschließende Entwicklungen zu ermöglichen. Der Schwerpunkt liegt im Beobachten des Lernprozesses. Werning und Willenbring (2005, S. 4ff.) verstehen diese Diagnostik als einen Dialog zwischen Experten, bei dem das Kind als Experte für das eigene Lernen und die Lehrperson als Experte für den diagnostischen Dialog gilt. Letztendlich geht es darum, sich gemeinsam ein Bild des Lernens zu machen.

Nach Selter (2006, S. 59) stehen Fragen im Mittelpunkt, wie

- Was könnte sich das Kind gedacht haben?

[2] Kompetenzen von Volksschullehrerinnen und -lehrern. Beilage zum Ansuchen um Akkreditierung der Kirchlich Pädagogischen Hochschule in Wien beim BM:BWK, Dez. 2006

- Was sind die vernünftigen Hintergründe der vordergründig falschen Lösung?
- Was kann das Kind schon alles?

Das Hervorheben der diagnostischen Kompetenz soll nicht darüber hinwegtäuschen, dass eine gute Lernstandserhebung nur dann zweckmäßig ist, wenn sie in einer ebenso guten Förderung mündet. Innerhalb des Projekts werden Förderungsmaßnahmen zwar theoretisch mitgedacht, aber aus Abgrenzungsgründen nicht realisiert.

4.2 Überzeugungen über differenziertes Vorgehen im Mathematikunterricht

Die Vorstellungen von (angehenden) Lehrerinnen und Lehrern zum Lehren und Lernen umfassen nicht nur kognitive Wissenselemente, sondern auch normative und affektive Komponenten, wie Einstellungen, Werthaltungen und Emotionen. Für diese Überzeugungen wird in der Fachliteratur meistens der Begriff „Beliefs" verwendet. Da sie in erster Linie erfahrungsbasiert sind, erweisen sie sich als relativ stabil und dementsprechend wenig veränderbar.

Diese Vorstellungen spiegeln Unterrichtsbilder aus der eigenen Schul- und Studienzeit wider und sind meist dem Instruktionsparadigma der traditionellen Didaktik verhaftet, die mit dementsprechenden Konzepten, wie „Lehrperson gibt Wissensstoff an passive Kinder weiter" …einhergehen. Laut Lohmann (2006, S. 67) haben diese Vorstellungen in der Ausbildung noch eine selektive Filterfunktion. Studierende nehmen überwiegend nur Informationen auf, die sich in das vorhandene Überzeugungssystem integrieren lassen. Sie verinnerlichen nur Inhalte, die in ihre bekannten Strukturen passen.

Nach Lohmann (2006, S. 67) beeinflussen die Lehr- und Lern-Vorstellungen der Lehrpersonen die Unterrichtsqualität und den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler. Je nachdem, wie Lehrpersonen Lernen sehen und daraus folgernd unterrichten, lernen die Schülerinnen und Schüler mehr oder weniger.

Welche Lehr- und Lernvorstellungen bringen einen höheren Lernzuwachs? Forschungsergebnisse zeigen, dass konstruktivistische Lehr- und Lernvorstellungen in dieser Hinsicht den traditionellen Lehr- und Lernvorstellungen überlegen sind (Blum, 2007[3]). Wenn Lehrpersonen Lernen als einen aktiven und konstruktiven Prozess sehen und den Unterricht dementsprechend gestalten, haben die Kinder einen erhöhten Lernzuwachs.

Daraus ergeben sich Konsequenzen für die Lehrerinnen- und Lehrerbildung. Es gilt, die Lehr- und Lernvorstellungen von Studierenden zu analysieren und gegebenenfalls auf sie einzuwirken. Zur handlungswirksamen Verankerung müssen hochschuldidaktisch Möglichkeiten geschaffen werden, die erweiterten Lehr- und Lernvorstellungen zu konstruieren. Lohmann (2006, S. 67) empfiehlt, wissenschaftlich fachdidaktisches Wissen mit eigenen praktischen Erfahrungen zu verbinden. Der Aufbau des fachdidaktischen Wissens der Studierenden soll dadurch so unterstützt werden, dass diese die Präkonzepte und die Lernschwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler besser verstehen können.

---

[3] Vortrag von Werner Blum „Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer?" auf der gemeinsamen Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Berlin am 27. März 2007

4.3 Situiertes Lernen

Die Lehrerinnen- und Lehrerbildung ist eine Berufsausbildung und hat daher einen engen Bezug zum Berufsfeld. Vorrangig geht es in der Ausbildung darum, ein im Studium erworbenes Wissen im schulischen Bereich adäquat nutzen zu können. Laut Reusser (2005, S. 162) bestimmt unter anderem das hochschuldidaktische Setting*, welche Kompetenzen erworben werden und innerhalb welcher Bandbreiten sich diese auf neue Situationen übertragen lassen.“* Etwas Gewusstes steht nicht selbstverständlich auch als Handlungswissen zur Verfügung. Dieses *„träge Wissen“* (Gerstenmaier & Mandl 2000, S. 11) ist zwar als Wissen vorhanden, wird aber in der Anwendungssituation nicht eingesetzt.

Eine Deutung, weshalb *„träges Wissen“* entsteht, bieten die Situiertheitserklärungen. Nach der Auffassung des situierten Lernens

- lassen sich Wissensinhalte, die nicht ein Stück weit in Übertragungssituationen erworben worden sind, nur schlecht auf neue Situationen übertragen;
- sollen Lernumgebungen so gestaltet werden, dass die Lernsituationen den realen Anwendungssituationen möglichst nahe kommen;
- wird komplexes fachliches Lernen dann produktiv, wenn dessen Inhalte problemorientiert und aus multiplen Perspektiven erarbeitet werden;
- kommt selbstreguliertem Lernen beim Aufbau einer Wissensbasis eine hohe Bedeutung zu, weil sich dadurch fachnahe Fähigkeiten der Selbststeuerung, des Dialogs im Sinne der Ko-Konstruktion und der zielgerichteten Planung ausbilden können;
- ist das Wissen nicht nur in der Gesellschaft, sondern auch in konkreten Lerngruppen sozial geteiltes Wissen („socially shared knowledge“), d. h. es wird von den beteiligten Individuen durch soziale Transaktionen gemeinsam entwickelt (ko-konstruiert) und ausgetauscht – womit der diskursiven Qualität von Lehr-Lerndialogen eine wichtige Bedeutung zukommt.

(Reusser 2005a, S. 9; Reusser 2005b, S. 162)

Fölling-Albers, Hartinger und Mörtl-Hafizović (2004) untersuchten im Rahmen der Grundschullehrerinnen- und -lehrerausbildung den Effekt situierter Lernumgebungen im Schriftspracheerwerb. Sie legten den Studierenden ausführliche Protokolle verschiedener Unterrichtsszenen vor. Diese mussten von den Studierenden analysiert und darauf aufbauend passende Fördermaßnahmen gefunden werden. Die deutliche Überlegenheit der Experimentalgruppe gegenüber der Kontrollgruppe, welche die gleichen Inhalte (sogar strukturierter und systematisierter und mit Anwendungsbezügen) zeigte sich in Situationen, in denen die Studierenden ihr Wissen bei diagnostischen und teilweise anschließenden Förderbeispielen anwenden mussten. Beim Erwerb von Faktenwissen hatten beide Gruppen die gleichen Ergebnisse.

4.4 Situiertes Lernen im Projekt

Ausgehend von den Ergebnissen von Fölling-Albers et al. (2004) ergeben sich für unser Projekt drei Optionen von situierten Lernbedingungen, in denen die Studierenden die Lehrerperspektive einnehmen:

- Das Vorlegen von Protokollen verschiedener Lösungsstrategien.

- Die Befragung eines Kindes im Zusammenhang mit dem Erfassen des Lernstandes.
- Die noch authentischere Alternative, der Einsatz in den Schulpraktischen Studien im Kontext der gesamten Klasse, erscheint zu komplex. Die Komplexität birgt bei Studienanfängern die Gefahr, dass es vordergründig nur um das Bestehen im Klassenraum geht und der Blick auf das Lernen der Kinder mit vordergründig organisatorischen Überlegungen verborgen ist.

Die Studierenden mussten sich mit der Lehrerinnen bzw. Lehrerrolle identifizieren. Sie sollten erfahren, dass es zuerst des Erhebens des Lernstands bedarf, um aufgrund dieser Grundlage sinnvolle Fördermöglichkeiten aufzubauen. Dabei erfuhren die Studierenden auch, dass das Lernen der Kinder eigenaktiv und sehr individuell verläuft.

Wir boten im Wintersemester und im Sommersemester unterschiedliche hochschuldidaktische Interventionen an. Im Wintersemester setzten wir die schon über die drei Jahre bewährte Lernstandserfassung mit einem einzelnen Kind fort. Im Sommersemester setzten wir zusätzlich in zwei Seminargruppen eine Lernumgebung, bei der die Studierenden den Lernstand eines Kindes anhand von Lösungsprotokollen von Kindern erfassten und verschriftlichten. Eine Kontrollgruppe, in der literaturbasierte Seminargestaltung mit Anwendungsbeispielen vorgestellt werden, schien uns nach den eindeutigen Ergebnissen von Fölling-Albers et al. (2004) nicht notwendig.

Die Aufgabenstellungen waren vom Ansatz her gleich. Nachfolgend werden die unterschiedlichen Vorgehensweisen in den beiden Gruppen beschrieben.

Arbeit in beiden Gruppen

Die Studierenden erhoben den Lernstand bezüglich additiver Rechenoperationen. Sie setzten sich durch das Lesen der Publikationen

- FRANKE, Marianne & LEHMANN, Nadine (2005). Wozu brauchen wir da noch Unterricht, die Kinder können ja schon alles. In: Grundschulunterricht, 52. Jg., Heft 7 - 8, S. 5 – 10
- PADBERG, Friedhelm (2005/3). Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Elsevier Spektrum Akademischer Verlag
- RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm; DRÖGE, Rotraud & EBELING, Astrid (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr. S. 42 – 47. Hannover: Schroedel
- SELTER, Christoph (2000). Wie lösen Viertklässler Plus- und Minusaufgaben im Tausenderraum? In: Sache-Wort-Zahl, 28. Jg., Heft 29, S. 54 - 58

mit den Inhalten auseinander.

Die Studierenden hielten in einem Studienauftrag die gewonnenen Daten schriftlich fest. Sie mussten anhand der Aussagen des Kindes feststellen, ob das Kind

- in Zahlganzheiten (mündlich) oder mit Ziffern innerhalb der Stellen (schriftlich) rechnet,
- welche Lösungsstrategien (stellenweises oder schrittweises Rechnen) im mündlichen Bereich verwendet und
- ob die ev. vorhandene Fehllösung ein „Fehler im System“ ist.

Das Erfassen des Lernstandes und das Erheben der Lösungsstrategien war Bestandteil der Seminarveranstaltung und wurde in die Leistungsfeststellung und -beurteilung eingebaut.

Gruppe 1 (Arbeit mit einem einzelnen Kind)

Im Rahmen einer eineinhalbstündigen Seminarveranstaltung fanden eine kurze Vorbesprechung, das Interview und eine kurze Nachbesprechung statt. Zu Beginn (ca. 20 Minuten) erhielten die Studierenden im Seminarraum das Blatt *„Zum Rechnen und Denken“* (Anhang 1) und ein Handout mit organisatorischen und inhaltlichen Informationen (Anhang 2). Anschließend gingen die Studierenden in die Übungsvolksschule. Jede/jeder Studierende erfasste den Lernstand von ein oder zwei Schülerinnen oder Schülern. Die Studierenden durften den Kindern beim Lösen der Aufgaben nicht „helfen“, das vermutlich die vorherrschende Perspektive der Studierenden war. Sie beobachteten das Kind beim Lösen der Aufgaben und fragten nach den Rechenstrategien, wie z. B. „Rechne mir das laut vor!“ Das Seminar schloss mit einer kurzen Reflexion (ca. 15 Minuten) über die durch die Kinder gewonnenen Einsichten.

Zwei Studierende jeder Seminargruppe übernahmen die Koordinationsarbeiten und fassten die Ergebnisse zusammen.

Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen)

Im Rahmen des Seminars erhielten die Studierenden die Protokolle der Lösungsstrategien von Kindern (Anhang 3) und die Literatur. In derselben Veranstaltung thematisierten wir organisatorische Rahmenbedingungen (Anhang 4) und wenige inhaltliche Klärungen. Inhaltlich ergaben sich im Laufe der Bearbeitungszeit (ca. 6 Wochen) spontan Coaching-Situationen, in denen die einzelnen Lerngemeinschaften Fragen an die Seminarleiterin in der wöchentlichen Seminarstunde (im Plenum) richteten. Die Zusammenarbeit zwischen den Studierenden bildete sich spontan in Selbstorganisation. Die Arbeit in den Kleingruppen wurde von uns zwar angesprochen, aber nicht initiiert.

4.5 Wie steht es mit der Diagnose-Kompetenz?

Wir evaluierten die Diagnose-Kompetenz mit drei verschiedenen schriftlichen Instrumenten. Wir stellten Fragen zum analytischen Wissen, zu Glaubenssätzen zum Mathematikunterricht und zu Einschätzungen über die Studienveranstaltung bzw. über die Lernstandserhebung.

Nachfolgend beantworten wir die anfangs gestellte Frage nach der Diagnosekompetenz. Sie bezieht sich auf das analytische Wissen von Lösungsstrategien bei additiven Rechenoperationen und auf die differenzierte Sicht bezüglich Lernens von Mathematik bei Kindern. Der Unterschied zwischen den beiden Gruppen hilft bei der Entscheidung, wie weiter hochschuldidaktisch vorgegangen wird.

Analytisches Wissen von Lösungsstrategien

Im Rahmen des schriftlichen Kolloquiums wurden beiden Gruppen Lösungsprotokolle angeboten, die zu analysieren waren (Gruppe 1 - Arbeit mit einem einzelnen Kind); (Gruppe 2 - Arbeit mit Lösungsprotokollen). Die Seminarleiterin bezog die Ergebnisse in die Beurteilung mit ein und verwendete sie auch für die Evaluation.

Frage 1: Unterscheidet sich die Gruppe 1 (Arbeit mit einem einzelnen Kind) von der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen) im analytischen Wissen von Lösungsstrategien?

Die analysierten Lösungsstrategien werteten wir nach richtigem und falschem Ergebnis aus. Da die Daten bezüglich Lösungsstrategien nicht normalverteilt sind, ziehen wir Verfahren heran, die nur rangskalierte Daten benötigen. Die beiden Gruppen unterscheiden sich weder im Median noch in der Streuung. Der U-Test nach Mann & Whitney zeigt eine Übereinstimmung der Ränge von 20 %.

Beide Gruppen zeigen denselben Stand an analytischem Wissen. Demnach besteht kein Unterschied, ob die Studierenden tatsächlich mit einem Kind arbeiten oder ob sie Lösungsprotokolle analysieren.

Einstellungen zum Mathematikunterricht

Die Gestaltung des Unterrichts und die Begleitung individueller Lernprozesse hängen wesentlich von der Grundeinstellung der Lehrperson ab (vgl. Kap. 4.2). Die Messung der Einstellungskonzepte erfolgte durch das Instrument *„Einstellungen zum Mathematikunterricht“* (Staub und Stern 1998, zit. aus Hess 2003), das die Bewertung von Glaubenssätzen auf einer fünfteiligen Ratingskala verwendet. Die Einschätzung der Items wird zwischen den Polen Orientierung an einem konstruktivistischem Belief-System und Orientierung an einem rezeptiven bzw. behavioristischen Belief-System numerisch positioniert. Ein Beispiel für ein konstruktivistisches Item lautet z. B. *„Anhand geeigneter Materialien können Kinder selbst Rechenstrategien entwickeln.*“ Ein Beispiel für ein behavioristisches Item ist z. B. *„Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik am besten, indem sie den Erklärungen der Lehrperson folgen“*. Ein niederer Wert weist auf ein konstruktivistisches Lehr- und Lernverständnis hin, ein hoher Wert weist auf ein rezeptives bzw. behavioristisches Lehr- und Lernverständnis hin.

Das Instrument wurde von uns adaptiert, wir reduzierten von 48 auf 24 Glaubenssätze und formulierten gendergerecht.

Frage 2: Unterscheidet sich die Gruppe 1 (Arbeit mit einem einzelnen Kind) von der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen) in den Einstellungen zum Mathematikunterricht?

Die beiden Gruppen unterscheiden sich bezüglich Einstellungen zum Mathematikunterricht nicht signifikant voneinander [$p = .47 > .05$].

Vergleicht man die Werte mit der Untersuchung von Hess 2003, der an einer Lehrerinnenfortbildung teilnehmende Lehrerpersonen untersuchte, dann liegt der Mittelwert von 2,30 im oberen Bereich der von Hess angegebenen Werte (1,96; 2.29; und 2.05; 2.15). Dies stimmt mit der Aussage von Hess überein, dass jüngere Lehrerinnen eine zwar nicht statistisch signifikante, aber mehr behavioristische Einstellung haben.

Sozialformen in situierten Lernumgebungen

Zusätzlich erhoben wir noch Einschätzungen bezüglich Organisation und Durchführung der Lernstandserfassung mittels einer fünfteiligen Ratingskala.

Uns interessierte, ob die Studierenden allein, zu zweit oder in einer Gruppe die analytische Arbeit durchführten.

In der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen), in der alle Studierenden dieselben Lösungsprotokolle klärten, fand viel Teamarbeit statt. Während in der Gruppe 1 (Arbeit mit einem einzelnen Kind) ca. 10 % zu zweit oder im Team arbeiteten, waren es in der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen) ca. 55 %.

		Sozialform			Gesamt
		allein	zu zweit	mit mehreren Kolleg/inn/en	
Arbeit mit einem einzelnen Kind	Anzahl	24	2	1	27
	%	88,9%	7,4%	3,7%	100,0%
Arbeit mit Lösungsprotokoll	Anzahl	12	8	7	27
	%	44,4%	29,6%	25,9%	100,0%
Gesamt	Anzahl	36	10	8	54
	%	66,7%	18,5%	14,8%	100,0%

Tabelle 2: Sozialform

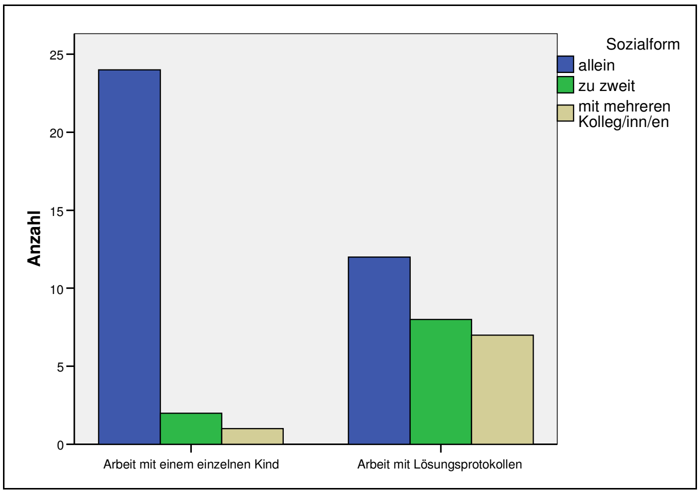


Abbildung 13: Sozialform

Die Studierenden der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen) verwirklichten von sich aus eine wichtige Komponente des situierten Lernens. Sozial geteiltes Wissen, das von den beteiligten Individuen gemeinsam entwickelt (ko-konstruiert) und ausgetauscht wird, trug vermutlich zum Kompetenzerwerb bei. Bereits in der Zeit der Bearbeitung zeigte sich, dass in den Seminargruppen, in denen Lösungsprotokolle bearbeitet wurden, erhöhter Diskussionsbedarf auftrat.

Wunsch, mit einem Kind zu arbeiten

Als im Forschungsfeld Stehende interessierte uns, wie wichtig es sei, dass Studierende tatsächlich mit einem Kind arbeiten oder ob Lösungsprotokolle auch ausreichen. Während der konkreten Arbeit mit der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen) forderten immer wieder einzelne Studierende, doch auch mit Kindern arbeiten zu dürfen. Informell war ebenfalls zu hören, dass es recht schade sei, mit „leblosem" Papier arbeiten zu müssen und die Bevorzugten (Gruppe 1 - Arbeit mit einem einzelnen Kind) mit dem Wichtigen, nämlich mit einem Kind, arbeiten zu können.

Um nicht auf Grund einzelner Aussagen entscheiden zu müssen, traten wir mit dem Anliegen an die Studierenden. Im Rahmen der Evaluation beurteilten sie die Aussage „Ich halte es für wichtig, dass die Lernstandserfassung mit einem Kind und nicht mit Lösungsprotokollen durchgeführt wird", auf einer fünfwertigen Skala.

Tabelle 3 zeigt, dass in der Gruppe 2 (Arbeit mit Lösungsprotokollen) ca. 40 % der Studierenden es genau so sinnvoll ansehen, mit Lösungsprotokollen zu arbeiten. Die Studierenden der Gruppe 1 (Arbeit mit einem einzelnen Kind) wollen fast alle (90 %) mit einem Kind arbeiten.

	Ich halte es für wichtig, dass die Lernstandserfassung mit einem Kind und nicht mit Lösungsprotokollen durchgeführt wird.					Gesamt
	stimmt völlig	stimmt eher	stimmt teils/teils	stimmt eher nicht	stimmt überhaupt nicht	
Arbeit mit einem einzelnen Kind	17	8	1	0	2	28
Arbeit mit Lösungs-protokollen	11	4	11	1	0	27
Gesamt	28	12	12	1	2	55

Tabelle 3: Zustimmung zu fallbasiertem Arbeiten

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass Studierende höchst interessiert an der Nähe zum Kind sind. Allerdings ziehen die Studierenden, die einen alternativen Zugang erfahren haben, auch die andere Möglichkeit in Betracht.

Ist es notwendig, mit einem Kind zu arbeiten?

Abschließend steht die im Sinne der Aktionsforschung gestellte Frage, nämlich:

Ist es tatsächlich notwendig, eine Lernstandserfassung mit einem einzelnen Kind durchzuführen oder genügt es, dass die Studierenden mit Lösungsprotokollen arbeiten?

Aufgrund unserer Daten ergeben sich weder im analytischen Wissen von Lösungsstrategien noch in den Einstellungen zum Mathematikunterricht Unterschiede zwischen den beiden Gruppen. Die Diagnosekompetenz zeigt keine Unterschiede, ob die Studierenden tatsächlich mit einem Kind arbeiten oder ob sie Lösungsprotokolle analysieren. Wir stellen für uns fest, dass es eigentlich nicht notwendig ist, mit einem Kind zu arbeiten.

Unsere Evaluation zieht nur einzelne Aspekte, aber entschieden nicht alle Komponenten der diagnostischen Kompetenz mit ein. Inwieweit die Studierenden der Gruppe 1 (Arbeit mit einem einzelnen Kind) besser Kinder direkt fragen können, war nicht Bestandteil unseres Evaluationskonzepts. Dies würde aufwändigere Verfahren, wie z. B. Videoaufnahmen erfordern.

Die Arbeit mit dem Kind forderten die Studierenden selbst ein. Sie wählen den Beruf Volksschullehrerin bzw. Volksschullehrer deshalb, um mit Kindern arbeiten zu können. Die Studierenden wünschen sich Nähe zum Kind und zeigen meist auch anerkennenswerte Empathie zum Kind. Diese persönliche Präferenz der Studierenden sollte im Sinne eines wertschätzenden Umgangs zwischen Lehrpersonen und Studierenden nicht außer Acht gelassen werden. Wir werden im Herbst, wenn wir die Ergebnisse präsentieren, sie nochmals fragen, wie wichtig das ihnen sei.

5 ZUSAMMENFASSUNG

Studierende und Kinder arbeiten im gemeinsamen Projekt. Inwieweit haben sie voneinander gelernt, wie der Projekttitel ankündigt?

Kinder lernen von Studierenden

Wir begleiteten dieses Schuljahr bereits das dritte Jahr dieselben Kinder im Rahmen des Mathematikunterrichts und beobachteten besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler, die wir innerhalb des Unterrichts förderten. Die Kinder bearbeiteten vorwiegend Sachaufgaben. Sie kannten bereits die Offenheit in den Lösungswegen und die Komplexität der Aufgabe aus den Aufgabenstellungen der Vorjahre. Neu war für sie, dass fehlende Daten, die für das weitere Rechnen notwendig waren, entweder recherchiert oder geschätzt werden mussten.

Die Schülerinnen und Schüler sollten durch diese Aufgabenstellungen in Ansätzen Problemlösevermögen, nämlich kognitive „nonroutine analytic“ Fähigkeiten erwerben. Bereits bekanntes Wissen musste auf neue Problemsituationen übertragen werden. Uns interessierte, welche Strategien und Sozialformen leistungsstarke Kinder entwickeln, wenn sie allein oder in einer gleichaltrigen Gruppe offene Sachaufgaben lösen.

Die Kinder konnten mit den vagen Angaben gut arbeiten. Sie sahen dies kaum als Hürde an und überlegten bzw. suchten. Sie gingen offen und pragmatisch an die Aufgaben. Die Kinder konnten Grundvorstellungen mathematischer Inhalte recht gut übertragen und zeigten klare Ansätze des Mathematisierens. Weniger gut gelang das großzügige Runden und Schätzen, das schafften nicht alle.

Die anregende Spontaneität, die sich beim Umgang mit den offenen Daten als Vorteil zeigte, erwies sich im Hinblick auf Überprüfen der Plausibilität als Nachteil. Die Kinder rechneten sofort aus sich heraus und auch viel, hinterfragten jedoch kaum das Vorgehen und noch weniger das gefundene Ergebnis. Sie machten sich wenig Gedanken, ob die Lösung überhaupt stimmen kann.

Der Umgang mit dem Unsicheren, wie es bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben auftritt, verunsicherte vor allem die Mädchen. Sie arbeiteten oft mit einem Buben, der spontan einen Lösungsweg wusste. Aus unserem punktuellen Beobachten heraus nehmen wir an, dass bei geschlechtshomogener Gruppierung die Mädchen zielstrebiger agiert hätten und wahrscheinlich auch mehr plausible Lösungen gefunden hätten.

Die unterschiedlichen Vorgehensweisen der Kinder bei Fermi-Aufgaben beeinflusste die Plausibilität der Lösungen. Kinder, die prozessorientiert vorgingen, also viel probierten und weniger nachdachten, waren mit utopischen Lösungen zufrieden. Sie arbeiteten leicht unreflektiert und damit blieb der Lernerfolg eher offen. Kinder, die sehr genau und fast zu gewissenhaft vorgingen, hatten zu wenig Mut zum Abschätzen von Größen und Rechnungen. Sie kamen mit der „Ziffernflut“ oft schlecht zu Rande und verirrten sich in großen Rechnungen. Bedingt durch die Konzentration auf das momentan Stattfindende vergaßen sie schon vorher geplante Schritte im Ablauf.

Plausible Lösungen erreichten die Kinder, welche Unklarheiten verkrafteten, sinnvoll schätzen konnten und mit diesen Zahlen rechneten.

Hier zeigte sich wieder einmal die Grenze des Projekts. Einerseits kann selbstständiges Arbeiten in der Gruppe sehr nachhaltiges Lernen bewirken. Werden jedoch die Kinder zu viel allein gelassen, verlieren sie leicht mathematisches Essentielles aus den Augen und tun und rechnen, aber lernen nicht mehr. In diesem Spannungsfeld bewegte sich unser Projekt.

Studierende lernen von Kindern

Das beschriebene Projekt thematisiert im Bereich der Lehrerinnen- und Lehrerbildung (förder-)diagnostische Kompetenz. Ziel des Projekts war eine Entwicklung dieser Kompetenz, um bei Kindern Lernstände erfassen und darauf aufbauend passende Fördermaßnahmen konzipieren zu können. Zusätzlich sollten die Lernstandsbestimmung und die folgende Verschriftlichung Denkprozesse auslösen, die einen gleichschrittigen, vom „durchschnittlichen Kind“ ausgehenden Unterricht hinterfragen.

Wir wählten situierte Lernbedingungen aus, um diagnostische Kompetenz zu erwerben. Wissen, dass in situierten Lernsituationen erworben worden ist, kann leichter in Anwendungssituationen eingesetzt werden. Wir wollten herausfinden, welche situierten Lernbedingungen besser geeignet sind, um anwendungsbezogenes Wissen aufzubauen.

Im Sommersemester setzten wir zwei verschiedene Gruppen ein. Eine Gruppe arbeitete mit Kindern und die andere Gruppe arbeitete nicht mit Kindern, dafür aber mit Lösungsprotokollen. Aufgabe beider Gruppen war, den Lernstand festzustellen und die Ergebnisse zu verschriftlichen. Fachlich wählten wir die additiven Rechenoperationen aus. Die Kinder lösten Rechnungen und die Studierenden mussten die Lösungsstrategien, teilweise anhand von Lösungsprotokollen, erkennen.

Die Ergebnisse zeigen, dass es weder im analytischen Wissen von Lösungsstrategien noch in den Einstellungen zum Mathematikunterricht Unterschiede zwischen den beiden Gruppen gibt.

Als Lehrende stellen wir für uns im Sinne der Aktionsforschung fest, dass es eigentlich nicht notwendig ist, mit einem Kind zu arbeiten.

Allein die Studierenden sehen das anders. Sie wollen großteils mit einem Kind den Lernstand erheben. Tendenziell sehen Studierende, die mit Lösungsprotokollen arbeiten, eine Gleichwertigkeit. Die Studierenden, die mit einem einzelnen Kind arbeiten, schließen die Option aus. Diese persönliche Präferenz der Studierenden für das Kind sollte im Sinne eines wertschätzenden Umgangs zwischen Lehrenden und Studierenden nicht außer Acht gelassen werden. Wir werden im Herbst, wenn wir die Ergebnisse präsentieren, ihre Meinung nochmals einholen.

Insgesamt verfolgten wir mit Anerkennung, dass eher die Studierenden von den Kindern lernten als die Kinder von den Studierenden. Ein schönes Beispiel, dass „Alt“ auch von „Jung“ lernen kann.

6 ERFAHRUNGEN UND ERGEBNISSE ÜBER DREI JAHRE

Wir arbeiteten mit dem Konzept, dass Studierende der Volksschullehrerausbildung Kinder eine Volksschulklasse begleiten, drei Jahre. In den folgenden Ausführungen fassen wir die wichtigsten Erfahrungen und Ergebnisse zusammen.

6.1 Förderung von leistungsstarken Kindern, auch auf der Grundstufe 1

Wenn Kinder in die Schule kommen, wollen sie etwas Neues lernen. Die Vorraussetzungen, die Schulanfängerinnen und -anfänger mitbringen, sind höchst unterschiedlich. Während bei einigen Kindern elementare pränumerische Fähigkeiten, wie Zuordnen, Ordnen und Klassifizieren fehlen, welche die Grundlage für mathematisch-logisches Denken bilden, bringen andere Kinder ein gutes Zahlenverständnis mit. Sie können vor allem additive Rechenoperationen lösen, sind sehr aufmerksam und zeigen auch auf Grund ihrer guten sprachlichen Entwicklung die Bereitschaft, sich mit komplexen Problemen auseinanderzusetzen. Diese Kinder beobachteten wir in unserem Projekt.

Mathematik setzten auch leistungsstarke Kinder oft mit Rechnen gleich und es ging ihnen vorwiegend um das Lösen von Rechnungen und dies möglichst rasch in großen Zahlenräumen. Dieses Bedürfnis konnten wir auf der zweiten Schulstufe gut berücksichtigen. Bei unseren Aufgaben war der Zahlenraum offen, sie zeigten den Kindern aber auch einen weiteren Blick auf die Mathematik. Auf der Grundstufe 1 wurde das zusätzliche Angebot von den Kindern sehr gerne angenommen. Gerade die offenen Aufgabenstellungen regten sie zum Denken an, ließen sie entdeckend agieren und zeigten ihnen, was Mathematik eigentlich ist.

Individuelle Förderung blieb auch auf der Grundstufe 2 wichtig. Die Kinder kannten schon ausreichend Arbeitstechniken und Material, um sich in der *„vorbereiteten Lernumgebung“* (Hammerer 1998, S. 48) je nach Interesse, in verschiedenen Sozialformen Anregungen zu suchen. Sie arbeiteten im Allgemeinen sehr gerne selbstgesteuert.

Den leistungsstarken Kindern ging es grundsätzlich schon darum, etwas mehr zu lernen und sich intensiver mit einer Sache auseinandersetzen. Dies gelang ihnen auf der Grundstufe 2 viel leichter, weil sie sich selbständiger mit komplexeren Inhalten auseinandersetzen konnten, die unterschiedliche Bearbeitungen zulassen.

Mit zunehmendem Alter wurde das Interesse an zusätzlichen Aufgabenstellungen in Form von Karteikarten eher schwächer. Auf der Grundstufe 2 gab es viele andere attraktive Lernmaterialien, welche die Kinder ebenfalls interessierten und die sie auch ausprobieren und bearbeiten wollten. Nachteilig wirkte sich für uns projektintern auch aus, dass öfters ein Zeitdruck entstand, weil zu bestimmten Zeiten bestimmte Aufgaben für die Interviews zu bearbeiten waren.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Aufgaben aus dem Projekt durchaus gerne gelöst wurden. Positive Rückmeldungen kamen auch von den Eltern. Sie sahen es als gute Möglichkeit, ihre Kinder zu fördern.

Die Gender-Perspektive untersuchten wir im Laufe des Projekts nie besonders systematisch. Uns fiel aber immer wieder auf, dass sich Mädchen viel weniger zutrauen, als es ihrem Leistungsstand entspricht. Interessant wäre es in zukünftigen Projekten, dies strukturierter zu betrachten.

6.2 Erwerb von Kompetenzen im tertiären Bereich

Beim Projekt *„Förderung mathematisch leistungsstarker Kinder im Klassenverband“* standen im allerersten Konzept die Studierenden weniger im Blick des Forschungsinteresses. Die Studierenden hatten die Funktion, als Lehrerinnen und Lehrer die Karteikarten zu konzipieren und den Lernstand zu erfassen.

Bei der ersten schriftlichen Dokumentation des Lernstandes ersuchten wir die Studierenden, auch über ihren eigenen Lernprozess zu schreiben. Die Selbsteinschätzungen überraschten positiv. Den Studierenden wurden die großen Unterschiede im Leistungsstand einer Klasse bewusst und sie sahen Bedeutungsvolles, wie z. B. den Fehler als Lernchance. Wir erkannten, dass in der Lernstandserfassung ein großes Potential an Kompetenzgewinn liegt.

Aufgrund dieser Rückmeldungen modifizierten wir unsere Projektstrategie. Die Lernprozesse der Studierenden entwickelten sich im Laufe des Projekts zur Kernthematik. Die Studierenden verfügten in den Seminarveranstaltungen sehr wohl über ein Wissen im Bereich förderdiagnostischer Kompetenz. Sie konnten dies spontan, ohne auf diverse Quellen zurückgreifen zu müssen, artikulieren. Trotzdem hatten sie nicht den Eindruck, über diese Fähigkeiten zu verfügen. Der Unterschied zwischen dem Seminaralltag, in dem angesprochene Bereiche genannt und erklärt werden, und dem Arbeitsalltag in der Klasse – mehr als zwanzig Kinder gleichzeitig

Somit stellte sich in der Ausbildung die Forderung, eine authentische, nicht zu komplexe Lernsituation zu bieten. Unser Zugang, die Wirklichkeit zu reduzieren, aber doch beim Kind zu bleiben, führte über situierte Lernumgebungen. Wissen, dass in situierten Lernumgebungen erworben worden ist, kann leichter in Anwendungssituationen eingesetzt werden. Jeder/jede Studierende erfasste den Lernstand eines Kindes, analysierte und hielt die Ergebnisse schriftlich fest.

Im dritten Jahr setzten wir im Sommersemester zwei verschiedene Gruppen ein. Eine Gruppe arbeitete mit den Kindern, die andere Gruppe bearbeitete Lösungsprotokolle. Wir wollten Klarheit erlangen, ob die Arbeit mit einem einzelnen Kind tatsächlich notwendig ist. Die Gruppen unterschieden sich weder im analytischen Wissen von Lösungsstrategien noch in den Einstellungen zum Mathematikunterricht. Eine unmittelbare Arbeit mit dem Kind ist nicht erforderlich, allerdings ein situierter Zugang.

Gesamt gesehen wurde in einem kleinen Wissensfeld diagnostische Kompetenz erreicht. Studierende sind daher sehr wohl in der Lage, eigenaktiv Wissen über mathematische Denkweisen zu erwerben, wenn die Aneignung in einer reduzierten Wirklichkeit stattfindet. Zwar nimmt die zuvor erfolgte intensive Auseinandersetzung mit Fachliteratur, das mathematische Interview mit dem Kind und die nachfolgende Auswertung zeitliche Ressourcen in Anspruch, laut Auskunft der Studierenden lohnte es sich aber.

Ca. 250 Studierende waren im Laufe der drei Jahre in das Projekt involviert. Sie bearbeiteten im Regelstudium die Lösungsstrategien der Kinder. Manche von ihnen meldeten sich dann auch noch zusätzlich zur Förderung der leistungsstarken Kinder.

Dies verfolgten sie meist mit großem Interesse und Staunen. Einige von ihnen setzen ihre Erfahrungen schon als Lehrerinnen und Lehrer im Bereich der mathematischen Begabungsförderung ein. Sie wurden als Expertinnen und Experten gerne dafür ausgewählt.

Wir versuchen auch, das Projekt nicht nur über IMST zu disseminieren, sondern informierten in diversen Lehrerfortbildungen und bei Tagungen. Wir hielten einen Vortrag bei der OEFEB-Jahrestagung im November 2005, der auch im Tagungsband „Schauen, was 'rauskommt" publiziert ist. Im September 2007 werden wir das Projekt bei der Tagung „Mathematisch begabte Kinder – Eine Herausforderung für Schule und Wirtschaft" an der Universität Münster vorstellen.

6.3 Zu Dank verpflichtet

Über die drei Jahre hinweg nahmen immer die gleichen Kinder, aber viele verschiedene Studierende am Projekt teil.

Ohne die bereitwillige Beteiligung der ca. 50 Kinder der zwei Klassen, die von der zweiten bis zur vierten Schulstufe jeweils Anfang Oktober und Ende Mai den Studierenden ihre Lösungsstrategien bei additiven Rechenoperationen mitteilten, hätte die Studie nicht durchgeführt werden können. Die mathematisch leistungsstarken Kinder, die „Zahlenforscherkinder", warteten auf die neuen Beispiele, mussten aber dann oft unter Zeitdruck die Beispiele lösen, damit die Studierenden die Interviews durchführen, transkribieren und auswerten konnten, um ihre Semesterverpflichtungen abschließen zu können. Herzlichen Dank an die Kinder.

250 Studierende nahmen in diesen drei Jahren eine Lernstandserfassung vor. Alle diese Studierenden konnten Einsicht in das Denken der Kinder gewinnen und ihre Sicht von Mathematikunterricht hinterfragen. Herzlichen Dank für das Festhalten der Lernstanderfassungen.

Bei der Datenauswertung halfen uns über die drei Jahre Hilfskräfte und Expertinnen und Experten. Dipl.Päd. Bettina Eder und Dipl.Päd. Verena Graf führten Inhaltsanalysen durch. Dipl.Päd. Clara Renner layoutierte ein Poster. Jakob Frank, Dipl. Päd. Elisabeth Walderdorff und Dipl.Päd. Katharina Grubesic gaben die Daten ein und analysierten sie. Als Experten standen hilfreich Dr. Katharina Rosenberger, Pädagogische Akademie der ED Wien, für die Fragebogenerstellung und Dr. Florian Müller, Universität Klagenfurt, für das Coachen und Auswerten im statistischen Bereich zur Seite. Herzlichen Dank für die hilfreiche Unterstützung.

7 LITERATUR

BÜCHTER, Andreas, HERGET, Wilfried, LEUDERS, Timo & MÜLLER, Jan Hendrik (2007). Die Fermi-Box. Für die Klassen 5 - 7. Seelze/Velber: Friedrich Verlag. (Lernmaterialien mit Lehrerkommentar)

FÖLLING-ALBERS, Maria; HARTINGER, Andreas & MÖRTL-HAFIZOVIĆ, Dženana (2004). Situiertes Lernen in der Lehrerbildung. In: Zeitschrift für Pädagogik, 50. Jg., Heft 5, S. 727 – 747.

FRANKE, Marianne & LEHMANN, Nadine (2005). Wozu brauchen wir da noch Unterricht, die Kinder können ja schon alles. In: Grundschulunterricht, 52. Jg., Heft 7 - 8, S. 5 - 10

FREY, Andreas (2004). Die Kompetenzstruktur von Studierenden des Lehrberufs. In: Zeitschrift für Pädagogik, 50. Jg., Heft 6, S. 903 – 925.

GERSTENMAIER, Jochen & MANDL, Heinz (2000). Einleitung: Die Kluft zwischen Wissen und Handeln. In: MANDL, Heinz & GERSTENMAIER, Jochen (Hg., 2000). Die Kluft zwischen Wissen und Handeln. Empirische und theoretische Lösungsansätze. S. 11 - 23. Göttingen, Bern, Toronto & Seattle: Hogrefe.

HAMMERER, Franz (1998). Offene Lernsituationen anspruchsvoll gestalten. In: Freund, Josef; Gruber Heinz & Weidinger Walter (Hrsg., 1998). Guter Unterricht – Was ist das? S. 35 – 56. Wien: ÖBV Pädagogischer Verlag GmbH

HANNOVER, Bettina (1992). Spontanes Selbstkonzept und Pubertät. Zur Interessenentwicklung von Mädchen in koedukativen und geschlechtshomogenen Schulklassen. In: Bildung und Erziehung, 45. Jg., Heft 1, S. 31 - 46.

HARTINGER, Andreas; MÖRTL-HAFIZOVIC, Dzenana & FÖLLING-ALBERS, Maria (2004). Situiertes Lernen in der Lehrerbildung. In: Grundschule, 36. Jg., Heft 6, S. 21 – 23.

HESS, Kurt (2003). Lehren – zwischen Belehrung und Lernbegleitung. Einstellungen, Umsetzungen und Wirkungen im mathematischen Anfangsunterricht. Bern: h. e. p.

KÄPNICK, Friedhelm (1998). Mathematisch begabte Kinder. Frankfurt: Peter Lang.

KAUFMANN, Sabine (2006). Umgang mit unvollständigen Aufgaben. In: Die Grundschulzeitschrift, 20. Jg., Heft 191, S. 16 – 20.

O. V. (Winter 2003/2004). Ein dynamisches Konzept für mathematisch-naturwissenschaftliche Grundbildung (Handreichung für die Praxis). IMST² Innovations in Mathematics, Science and Technology Teaching, Sonderteil Grundbildung, 2. Jg., Ausgabe 8.

PADBERG, Friedhelm (2005/3). Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Elsevier Spektrum Akademischer Verlag.

PETER-KOOP, Andrea (2003). „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“ - Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen. In: RUWISCH, Silke & PETER-KOOP, Andrea (Hg., 2003). Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger.

RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm; DRÖGE, Rotraud & EBELING, Astrid (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr. S. 42 – 47. Hannover: Schroedel

REUSSER, Kurt (2005a). Situiertes Lernen mit Unterrichtsvideos. In: Journal für Lehrerinnen- und Lehrerbildung, 5. Jg., Heft 2, S. 8 – 18.

REUSSER, Kurt (2005b). Problemorientiertes Lernen – Tiefenstruktur, Gestaltungsformen, Wirkung. In: Beiträge zur Lehrerbildung, 23. Jg., Heft 2, S. 159 – 182.

SELTER, Christoph (2000). Wie lösen Viertklässler Plus- und Minusaufgaben im Tausenderraum? In: Sache-Wort-Zahl, 28. Jg., Heft 29, S. 54 - 58

SELTER, Christoph (2006). Adressaten- und Berufsbezug in der LehrerInnenbildung. In: Journal für Lehrerinnen- und Lehrerbildung, 6. Jg., Heft 2, S. 57 – 73.

TERHART, Ewald (Hg., 2000). Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. Abschlussbericht der von der KMK eingesetzten Kommission. Weinheim: Beltz

WÄLTI, Beat (2005). Fermi-Fragen. In: Grundschule Mathematik, 2. Jg., Heft 4, S. 34 – 38.

WERNING, Rolf & WILLENBRING, Monika (2005). Dialogische Diagnostik für den pädagogischen Alltag. In: Lernchancen, 8. Jg., Heft 43, S. 4 – 8.